

TÍNH TOÁN SỰ PHÂN BỐ CỦA TỪ TRƯỜNG TRONG VÙNG DẪN TỪ CÓ CẤU TRÚC VỎ MỎNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

COMPUTATION OF MAGNETIC FIELDS IN THIN SHIELD MAGNETIC MODELS VIA THE FINITE ELEMENT METHOD

Trần Thanh Tuyền¹, Đặng Quốc Vương², Bùi Đức Hùng², Nguyễn Thế Vĩnh¹

¹Trường Đại học Công nghiệp Quảng Ninh; tuyenttbk48@gmail.com

²Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Tóm tắt - Ngày nay, bài toán trường điện từ xuất hiện ở khắp mọi nơi trong cuộc sống, bắt cứ ở đâu có sử dụng máy điện và thiết bị điện là ở đó tồn tại mô hình trường điện từ. Vì vậy mà bài toán trường điện từ đóng vai trò đặc biệt quan trọng trong kỹ thuật điện và khoa học ứng dụng. Việc xây dựng mô hình để nghiên cứu và tính toán quá trình biến đổi trường điện từ trong máy điện/thiết bị điện là bắt buộc và không thể thiếu đối với các nhà thiết kế, nhà nghiên cứu. Các bài toán trường đều được mô tả bởi hệ phương trình Maxwell và các luật trạng thái [1-2]. Đây là các phương trình đạo hàm riêng đối với véc tơ từ thế $\mathbf{a}$ và cường độ từ trường $\mathbf{h}$, phân bố trong không gian và biến đổi theo thời gian. Để tính toán được sự phân bố từ trường, dòng điện xoáy và tổn hao công suất, nhóm tác giả đã áp dụng phương pháp phần tử hữu hạn [3].

Từ khóa - phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH); từ trường; tính toán dòng điện xoáy; véc tơ từ thế; bài toán từ động.

1. Đặt vấn đề

Việc tính toán từ trường, dòng điện xoáy và tổn hao công suất trong máy điện cũng như hệ thống điện có thể áp dụng phương pháp giải tích hoặc phương pháp mạch từ không gian thay thế [5]. Tuy nhiên, với phương pháp giải tích, khi bài toán có mô hình phức và điều kiện biên giữa các môi trường tiếp giáp phức tạp, miền giá trị phi tuyến thì việc áp dụng phương pháp giải sẽ gặp khó khăn (gây ra sai số lớn) và đôi khi không thể thực hiện được. Đối với phương pháp mạch từ không gian thay thế, một bài toán có cấu trúc phức tạp được chia thành các miền con có hình dạng hợp lý và tạo thành một lưới các phần tử trong không gian 2D hoặc 3D. Ưu điểm của phương pháp là đảm bảo được độ chính xác cao, tuy nhiên với mô hình có số bậc tự do lớn hơn 100, thì việc áp dụng phương pháp này khó khăn và không đáp ứng được [5].

Để khắc phục được nhược điểm của hai phương pháp trên, trong những năm gần đây các nhà nghiên cứu thường áp dụng phương pháp số để phân tích và tính toán bài toán trường. Phương pháp này ứng dụng đối với các bài toán đa biến mà phương pháp giải tích và mạch từ không gian thay thế không thể thực hiện được. Một trong những phương pháp số hay được áp dụng, đó là phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH). Trong bài báo này, nhóm tác giả đã áp dụng phương pháp PTHH để giải bài toán trường với mô hình bài toán từ động của véc tơ từ thế $\mathbf{a}$ để tính toán sự phân bố của từ trường, dòng điện xoáy và mật độ tổn hao công suất.

2. Mô hình bài toán từ động

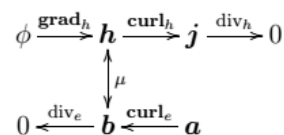
2.1. Hệ phương trình Maxwell

Trong phần này, nhóm tác giả đã dựa trên hệ phương

Abstract - Nowadays, electromagnetic problems are present everywhere in the daily life. Wherever electrical machines and equipment are used, electromagnetic models exist. Hence, the electromagnetic problem plays a very important role in electrical engineering and applied science. Developing models to study and calculate the process of electromagnetic field in the electrical machines/equipment is a must for designers and researchers. The electromagnetic problems are described by Maxwell's equations together with constitutive material laws [1-2]. These equations are partial differential equations (PDEs) for the magnetic vector and magnetic field intensity, distribution in the space and time variation. In this study, the finite element method is applied to compute the distribution of the magnetic field, eddy current and joule power loss [3].

Key words - The Finite element method (FEM), magnetic field, eddy current computation, magnetic vector; magnetodynamics problem.

trình Maxwell tổng quát cùng với các luật trạng thái, và kết hợp với sơ đồ Tonti (Hình 1) [6] để đưa ra công thức véc tơ từ thế $\mathbf{a}$ của bài toán, sau đó áp dụng phương PTHH để giải bài toán trong miền nghiên cứu Ω . Sơ đồ Tonti còn được gọi là sơ đồ cơ bản hoặc sơ đồ kép liên quan đến các phương trình cần tìm của bài toán. Điều này có nghĩa là theo hàng ngang phía trên và phía dưới của sơ đồ (Hình 1) là các biểu thức liên quan đến phương trình từ trường. Trong khi đó, theo hàng dọc của sơ đồ biểu diễn luật trạng thái.



Hình 1. Sơ đồ Tonti [6]

Xét mô hình bài toán điện từ kinh điển được xác định trên miền Ω với điều kiện biên $\partial\Omega = \Gamma = \Gamma_h \cup \Gamma_e$ trong miền không gian hai chiều và ba chiều. Miền dẫn từ trong miền nghiên cứu của Ω được ký hiệu Ω_c và miền không dẫn trong miền nghiên cứu của Ω ký hiệu Ω_c^c . Miền Ω_s của cuộn dây thuộc về miền Ω_c^c . Hệ phương trình Maxwell, các luật trạng thái và các điều kiện biên được viết trong không gian ba chiều Euclidean E^3 [3]:

$$\text{curl} \mathbf{h} = \mathbf{j}, \text{div} \mathbf{b} = 0, \text{curl} \mathbf{e} = -\partial_t \mathbf{b} \quad (1a-b-c)$$

$$\mathbf{h} = \mu^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{h}_s \mathbf{j} = \sigma \mathbf{e} + \mathbf{j}_s \quad (2a-b)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{h}|_{\Gamma_h} = 0, \mathbf{n} \times \mathbf{b}|_{\Gamma_b} = 0 \quad (3a-b)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{e}|_{\Gamma_e \subset \Gamma_b} = 0 \quad (4c)$$

trong đó: $\mathbf{h}$ là véc tơ cường độ từ trường (A/m), $\mathbf{e}$ là véc tơ cường độ từ trường (V/m), $\mathbf{b}$ là mật độ từ thông (T), $\mathbf{j}$ là

mật độ dòng điện (A/m^2), μ là độ từ thẩm, σ là độ dẫn điện (S/m), và $\mathbf{n}$ là véc tơ pháp tuyến đơn vị có hướng từ trong ra ngoài của miền Ω . Các trường $\mathbf{h}_s$ và $\mathbf{j}_s$ trong (2a) và (2b) là các nguồn mà có thể được sử dụng cho sự thay đổi đặc tính vật liệu trong một vùng dẫn [6]. Các điều kiện biên trong (3a-b) và (4c) thường được xác định bằng không đổi với các điều kiện biên đồng nhất [6]. Trường hợp nếu khác không, chúng được xác định thông qua các nguồn mật được xuất hiện trong miền mỏng lý tưởng giữa γ^+ và γ^- [7].

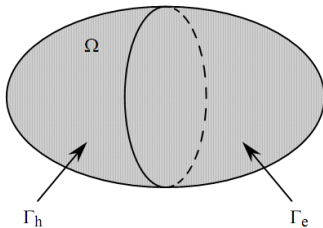
2.2. Phương trình yếu nhận cho véc tơ từ thế với mô hình bài toán từ động

Phương trình yếu nhận cho véc tơ từ thế $\mathbf{a}$ với mô hình bài toán từ động được thiết lập dựa trên hệ phương trình Maxwell tổng quát và các luật trạng thái đã được thể hiện trong mục 2.1. Như chúng ta đã biết, để thỏa mãn được định luật Faraday (1c), thì trường $\mathbf{b}$ thuộc không gian hàm $\mathbf{H}_e(\text{div}, \Omega)$ ($\mathbf{b} \in \mathbf{H}_e(\text{div}, \Omega)$) và trường $\mathbf{e}$ thuộc không gian hàm $\mathbf{H}_e(\text{curl}, \Omega)$ ($\mathbf{e} \in \mathbf{H}_e(\text{curl}, \Omega)$) [6]. Điều này tương đương với việc kiểm chứng lại sơ đồ Tonti (mục 2.1 [6]). Hơn nữa, để thỏa mãn chính xác các luật trạng thái (2a-b), thì trường $\mathbf{h} \in \mathbf{H}_e(\text{div}, \Omega)$ và $\mathbf{j} \in \mathbf{H}_e(\text{curl}, \Omega)$. Định luật Ampere (1a) cũng được kiểm chứng một cách “weakly”. Công thức yếu nhận cho vector từ thế $\mathbf{a}$ được xác định dựa vào định luật Ampere (1a) như sau [1], [6]:

$$(\text{curl} \mathbf{h}, \mathbf{a}')_{\Omega} = (\mathbf{j}_s, \mathbf{a}')_{\Omega}, \quad \forall \mathbf{a}' \in \mathbf{H}_e^0(\text{curl} \mathbf{h}; \Omega), \quad (5)$$

trong đó $\mathbf{H}_e^0(\text{curl}; \Omega)$ là không gian hàm được xác định miền nghiên cứu Ω (bao gồm Ω_c và Ω_c^c), và bao gồm các hàm nội suy (hàm dạng) cho trường $\mathbf{a}$ và hàm thử “test function” $\mathbf{a}'$ (tại miền rời rạc, không gian hàm này được xác định thông qua các phần tử hữu hạn cạnh [6]). $(\cdot, \cdot)_{\Omega}$ và $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\Gamma}$ lần lượt là các ký hiệu của tích phân khối được xác định trong miền Ω , và tích phân mặt được xác định trên biên $\partial\Omega = \Gamma$ (với $\Gamma = \Gamma_h \cup \Gamma_e$) (Hình 2) của các tích trường vector của chúng. Trong đó, tích phân mặt trên biên Γ_h kể đến điều kiện biên (3a), được xác định bằng không. Bằng cách áp dụng công thức Green với curl-curl [6] trong miền Ω cho các trường $\mathbf{h}$ và $\mathbf{a}'$, ta có:

$$(\mathbf{h}, \text{curl} \mathbf{a}')_{\Omega} + \langle \mathbf{n} \times \mathbf{h}, \mathbf{a}' \rangle_{\Gamma} = (\mathbf{j}_s, \mathbf{a}')_{\Omega}, \quad \forall \mathbf{a}' \in \mathbf{H}_e^0(\text{curl} \mathbf{h}; \Omega), \quad (6)$$



Hình 2. Miền nghiên cứu Ω và đường biên bao quanh Γ

Để thỏa mãn sơ đồ Tonti (cho cả định luật Faraday và định luật Gauss), các luật trạng thái (2a-b) được giới thiệu vào phương trình yếu nhận (6), đó là:

$$(\mu^{-1} \mathbf{b}, \text{curl} \mathbf{a}')_{\Omega} - (\sigma \mathbf{e}, \mathbf{a}')_{\Omega} + \langle \mathbf{n} \times \mathbf{h}, \mathbf{a}' \rangle_{\Gamma} = (\mathbf{j}_s, \mathbf{a}')_{\Omega}, \quad \forall \mathbf{a}' \in \mathbf{H}_e^0(\text{curl} \mathbf{h}; \Omega). \quad (7)$$

Thay biểu thức véc tơ mật độ từ thông $\mathbf{b} = \text{curl} \mathbf{a}$ và véc

tơ cường độ điện trường $\mathbf{e} = -\partial_t \mathbf{a} - \text{grad} v$ vào phương trình (7), ta có:

$$(\mu^{-1} \text{curl} \mathbf{a}, \text{curl} \mathbf{a}')_{\Omega} + (\sigma \partial_t \mathbf{a}, \mathbf{a}')_{\Omega_c} + (\sigma \text{grad} v, \mathbf{a}')_{\Omega_c} + \langle \mathbf{n} \times \mathbf{h}, \mathbf{a}' \rangle_{\Gamma_h} + \langle \mathbf{n} \times \mathbf{h}, \mathbf{a}' \rangle_{\Gamma_e} = (\mathbf{j}_s, \mathbf{a}')_{\Omega}, \quad (8)$$

$$\forall \mathbf{a}' \in \mathbf{H}_e^0(\text{curl} \mathbf{h}; \Omega),$$

từ thế vector $\mathbf{a}$ trong (8) được xác định là duy nhất trong các miền dẫn Ω_c , thì một điều kiện Gauss phải được đặt vào mọi nơi trong miền Ω [1]. Phương trình yếu nhận (8) cho thấy rằng, bằng cách lấy $\mathbf{a}' = \text{grad} v'$ như là một hàm thử để có:

$$(\sigma \partial_t \mathbf{a}, \text{grad} v')_{\Omega_c} + (\sigma \text{grad} v, \text{grad} v')_{\Omega_c} = \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{j}, v' \rangle_{\Gamma_g}, \quad (9)$$

$$\forall v' \in H_e^{10}(\Omega),$$

trong đó Γ_g là một phần của biên Ω_c và mang một dòng điện. Phương trình (9) thực tế là một phương trình yếu nhận của $\text{div} \mathbf{j} = 0$ trong miền dẫn Ω_c . Các trường trên mặt biên Γ_e với các điều kiện biên cần thiết trên $\mathbf{n} \cdot \mathbf{b}$ thì thường bỏ qua bởi vì tại đó thì giá trị của hàm thử bằng không, vì vậy nó không đóng góp trong phương trình (8). Sự tồn tại của trường $\mathbf{n} \times \mathbf{h}$ trong (9) được sử dụng điều kiện biên “natural condition” trên biên của Γ_h của miền nghiên cứu Ω , đó là:

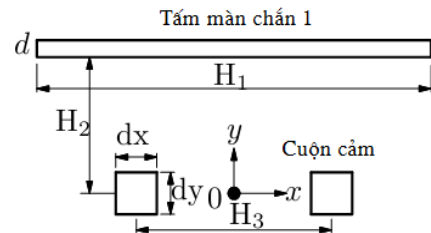
$$(\mathbf{n} \times \mathbf{h})|_{\Gamma_h} = 0 \Rightarrow \mathbf{n} \cdot \text{curl} \mathbf{h}|_{\Gamma_h} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{n} \cdot \mathbf{j}|_{\Gamma_h} = 0 \quad (10)$$

3. Tính toán từ trường từ/dòng điện xoáy thông qua công thức véc tơ từ thế a

Dựa vào công thức véc tơ từ thế $\mathbf{a}$ đã được phát triển ở phần 2.2, nhóm tác giả sử dụng phần mềm Gmsh [8] để xây dựng mô hình với kích thước hình học thực tế của bài toán, và phần mềm GetDP [9] để xây dựng mô hình toán với các phương trình yếu nhận. Kết quả đạt được từ GetDP sẽ được mô phỏng thông qua phần mềm Gmsh.

3.1. Bài toán ứng dụng 1: Mô hình 2D cuộn dây với một màn chắn điện từ

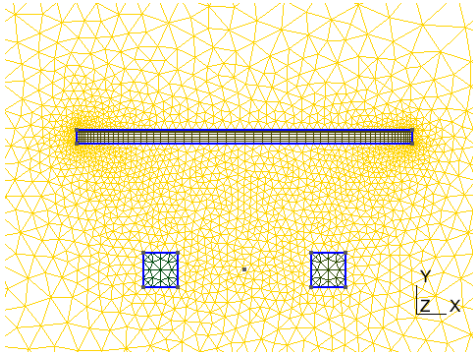
Xét một bài toán với mô hình 2D gồm một cuộn dây và một màn chắn điện từ có cấu trúc mỏng đặt phía trên như Hình 3. Trong đó cuộn dây có kích thước 12.5×12.5 (mm), khoảng cách giữa hai cuộn dây là $H_3 = 60$ mm, dòng điện đặt vào cuộn dây là $I = 1$ A, tần số f là 50Hz và 300Hz, số vòng dây là $N = 1000$ vòng, chiều dài của màn chắn là $H_1 = 120$ mm, chiều dày của màn chắn là $d = 5$ mm, khoảng cách giữa tấm chắn với cuộn dây là $H_2 = 60$ mm. $\mu_r = \mu/\mu_0$ và σ lần lượt là độ từ thẩm tương đối và độ dẫn điện của màn chắn.



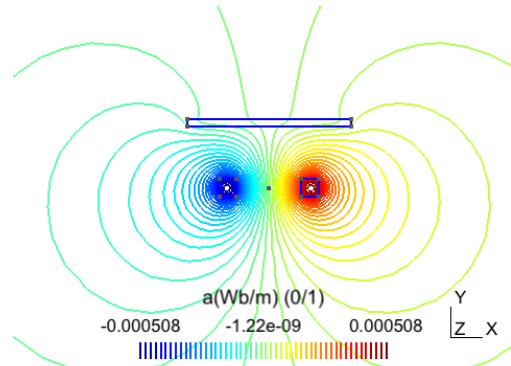
Hình 3. Mô hình cuộn dây và màn/tấm chắn

Mô hình chia lưới 2D được thể hiện trong Hình 4 với hai cấu trúc phần tử lưới khác nhau. Để đảm bảo được kích thước của phần tử lưới luôn nhỏ hơn δ (skindepth $\delta = \sqrt{2 / 2\pi f \cdot \mu \cdot \sigma}$ chiều sâu phân bố của trường trên bề mặt

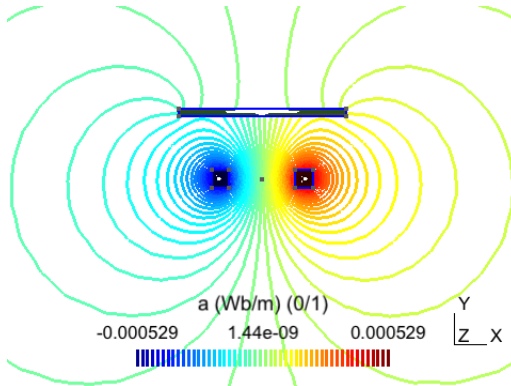
của màn chắn), màn chắn (cấu trúc mỏng) sử dụng phần tử lưới là dạng chữ nhật với 8 lớp. Đối với khu vực cuộn dây và xung quanh cuộn dây (không khí) sử dụng phần tử lưới thưa có dạng tam giác.



Hình 4. Mô hình chia lưới 2D với 1 màn chắn



a) - ($\mu = 1$, $\sigma = 10 \text{ MS/m}$, $f = 50\text{Hz}$)

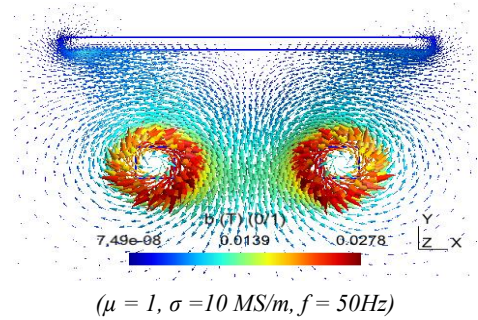


b) - ($\mu = 100$, $\sigma = 10 \text{ MS/m}$, $f = 50\text{Hz}$)

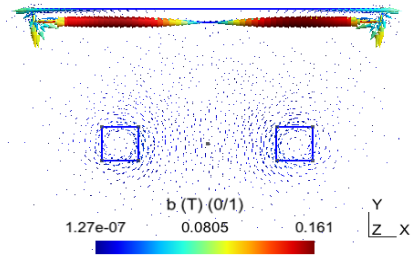
Hình 5. Sự phân bố của vectơ từ thể a

Hình 5a miêu tả sự phân bố của véc tơ từ thể với độ từ thẩm $\mu = 1$, tần số $f = 50\text{Hz}$, chiều dày của màn chắn $d = 5\text{mm}$. Vì độ từ thẩm trong tấm chắn bằng 1, hầu hết từ thể phân bố trong không gian mà không tập trung vào tấm chắn. Trường hợp khi độ từ thẩm được tăng lên $\mu = 100$, sự phân bố của từ thể lúc này chủ yếu tập trung nhiều vào tấm chắn và được thể hiện trong Hình 5b.

Sự phân bố của từ trường được biểu diễn thông qua mật độ từ thông $\mathbf{b}$ (với $\mathbf{b} = \text{curl } \mathbf{a}$) được miêu tả trong Hình 6a và Hình 6b. Đối với trường hợp màn chắn có độ từ thẩm cao hơn có nghĩa là δ sẽ nhỏ hơn và hiệu ứng bề mặt sẽ lớn hơn, điều này dẫn đến từ trường hầu như khúc xạ và tập trung lớn vào màn chắn tại khu vực lân cận cạnh và góc của tấm chắn mà không phân bố ra ngoài.



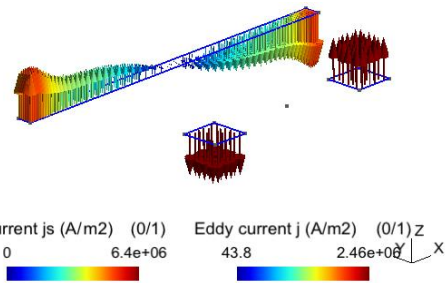
($\mu = 1$, $\sigma = 10 \text{ MS/m}$, $f = 50\text{Hz}$)



b) ($\mu = 100$, $\sigma = 10 \text{ MS/m}$, $f = 50\text{Hz}$)

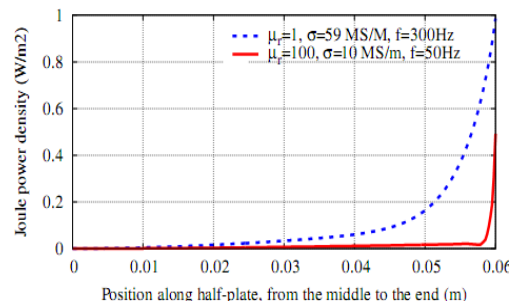
Hình 6. Sự phân bố của vectơ mật độ từ thông b

Sự phân bố của mật độ dòng điện xoáy $\mathbf{j}$ dọc theo chiều dài và từ đầu đến cuối màn chắn được thể hiện trong Hình 7 với $\mu = 100$, $\sigma = 10 \text{ MS/m}$ và $f = 50\text{Hz}$.



Hình 7. Sự phân bố mật độ dòng điện xoáy dọc theo màn chắn (trên) và sự phân bố của mật độ dòng điện nguồn trong cuộn dây (dưới) ($\mu = 100$, $\sigma = 10 \text{ MS/m}$, $f = 50\text{Hz}$)

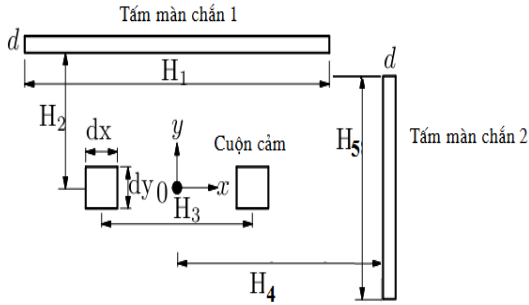
Sự phân bố của $\mathbf{j}$ là đối xứng, chủ yếu tập trung ở hai đầu màn chắn, tại vị trí giữa của màn chắn không có sự phân bố của và gần như bằng 0. Sự phân bố của mật độ tổn công suất dọc theo bề dày của màn chắn từ vị trí giữa đến cuối màn chắn đạt được thông qua việc lấy tích phân $\mathbf{j}$ trong miền Ω_c và được chỉ ra trong Hình 8. Ta nhận thấy mật độ tổn hao công suất lớn nhất và tập trung tại vị trí cuối của màn chắn, điều này có nghĩa rằng sự phân bố nhiệt độ tại khu vực này là lớn nhất.



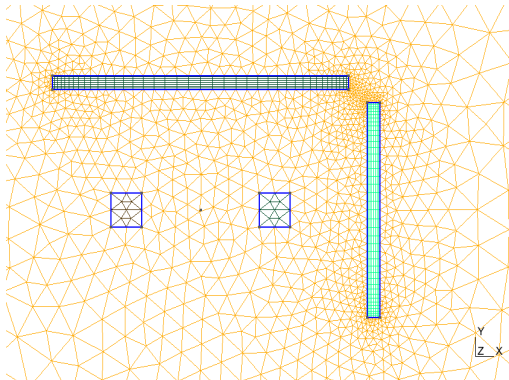
Hình 8. Mật độ tổn hao công suất dọc theo màn chắn, từ tâm đến cuối ($\mu = 100$, $\sigma = 10 \text{ MS/m}$, $f = 50\text{Hz}$)

3.2. Bài toán ứng dụng 2: Mô hình 2D cuộn dây với hai màn chắn điện từ

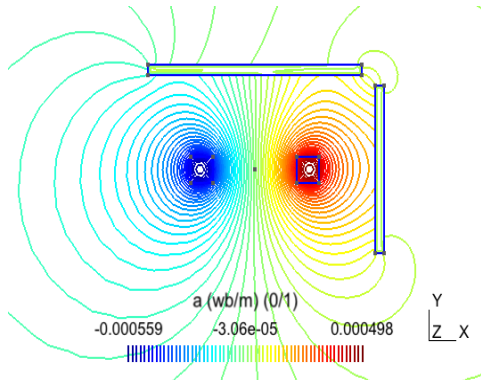
Từ mô hình bài toán 1, mô hình tiếp theo của bài toán 1 được phát triển với hai màn chắn vuông góc như Hình 9. Cấu trúc phần tử lưới của màn chắn thứ hai cũng được sử dụng phần tử lưới dạng hình chữ nhật Hình 10.



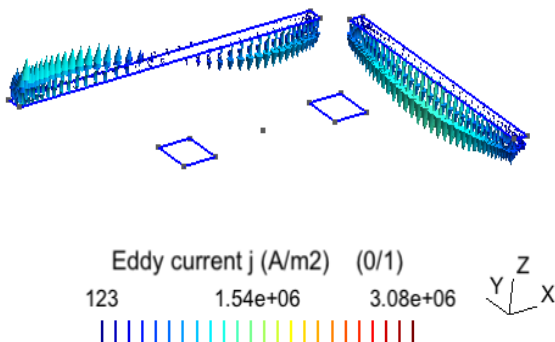
Hình 9. Mô hình cuộn dây và hai màn chắn



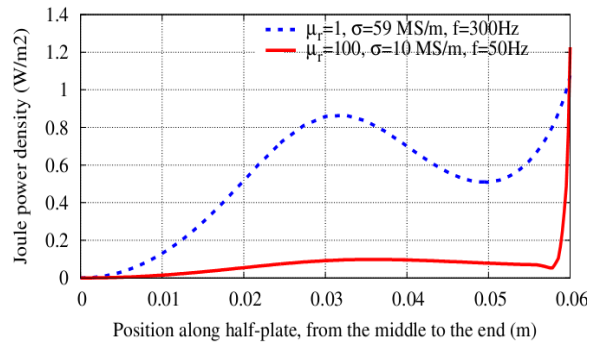
Hình 10. Mô hình chia lưới 2D với hai màn chắn



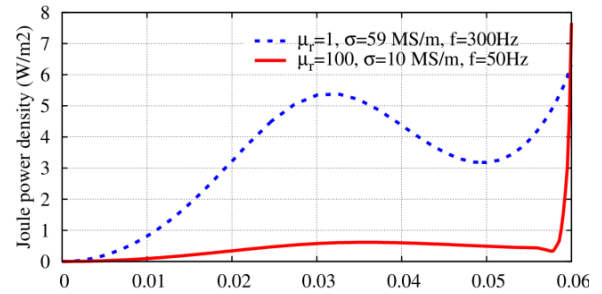
Hình 11. Sự phân bố của véc tơ từ thế a



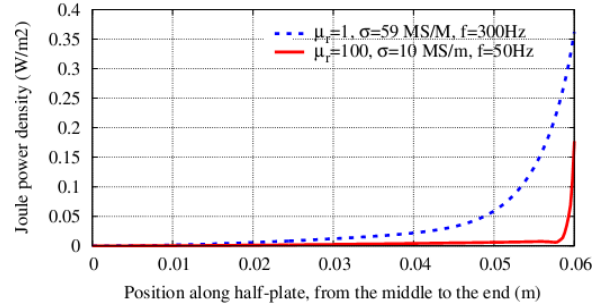
Hình 12. Sự phân bố mật độ dòng điện xoáy trong hai màn chắn ($\mu = 100$, $\sigma = 10$ MS/m, $f = 50$ Hz)



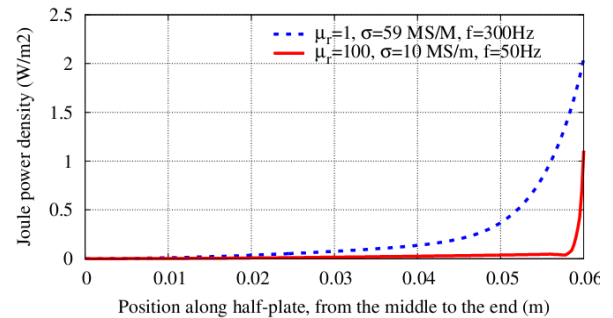
Hình 13. Sự phân bố của mật độ tổn hao công suất theo màn chắn 1 ($d = 3$ m; $D = H_2/2$)



Hình 14. Sự phân bố của mật độ tổn hao công suất theo màn chắn 1, từ tâm đến cuối ($d = 7$ mm; $D = H_2/2$)



Hình 15. Sự phân bố của mật độ tổn hao công suất theo màn chắn 1, từ tâm đến cuối ($d = 3$ mm; $D = 2H_2$)



Hình 16. Sự phân bố của mật độ tổn hao công suất theo màn chắn 1, từ tâm đến cuối ($d = 7$ mm; $D = 2H_2$)

Tương tự như ở trường hợp của bài toán 1, Hình 11 mô tả sự phân bố của từ thế véc tơ a . Nhận thấy, sự phân bố của từ thế giữa hai màn chắn là khác nhau, do ảnh hưởng của màn chắn thứ 2 được thêm vào làm cho từ thế phân bố trên màn chắn thứ nhất thay đổi và có phần bị giảm đi. Hình 12 biểu diễn sự phân bố mật độ dòng điện xoáy trên cả hai màn chắn. Đối với màn chắn thứ hai, do từ trường bên phía phải của cuộn dây sinh ra, cho nên mật độ dòng điện phân bố lớn ở giữa và giảm dần về hai đầu của màn chắn. Trong

khi đó, mật độ dòng điện trên màn chắn thứ nhất phân bố tập trung chủ yếu ở hai đầu và giảm dần về giữa tấm chắn. Cũng giống như trường hợp 1 màn chắn, khi thay đổi đặc tính vật liệu μ mật độ dòng điện xoáy cũng tăng theo do ảnh hưởng của hiệu ứng bề mặt gây ra. Với Hình 13 và Hình 14, khi bề dày của màn chắn thay đổi từ $d = 3\text{mm}$ đến $d = 7\text{mm}$, khoảng cách giữa màn chắn thứ nhất và cuộn dây là $D = H_2/2$ (H_2 là khoảng cách đã cho ở Hình 9), sự phân bố của mật độ tổn hao công suất tăng dần ở 2 đầu của tấm chắn từ. Khi tần số tăng lên thì độ biến thiên của tổn hao trên tấm chắn từ cũng tăng. Trường hợp khi màn chắn thứ nhất được đưa ra xa với khoảng cách $D = 2H_2$, sự phân bố của mật độ tổn hao công suất được thể hiện như Hình 15 và Hình 16. Độ biến thiên của tổn hao công suất trên tấm chắn thứ nhất trong trường hợp này ít hơn so với trường hợp Hình 13 và Hình 14. Điều đó có nghĩa rằng, càng xa cuộn dây thì ảnh hưởng của từ trường càng giảm. Và sự cộng hưởng từ trường của tấm chắn từ thứ 2 nên tấm chắn từ thứ nhất cũng giảm. Tuy nhiên cũng giống như trường hợp Hình 13 và Hình 14, mật độ tổn hao công suất tăng dần và tập trung ở hai phía của tấm chắn từ.

4. Kết luận

Các kết quả đạt được phần nào giúp các nhà chế tạo và sản xuất màn chắn điện từ/vỏ máy biến áp tính toán khoảng cách và độ dày thích hợp, để từ đó đưa ra được biện pháp tối ưu trong thiết kế. Điều này giúp dễ dàng thấy được sự phân bố của các đại lượng này dọc theo màn chắn từ. Kết quả phân tích được sự ảnh hưởng giữa các màn chắn với nhau, đánh giá trực quan sự thay đổi từ trường, dòng điện xoáy và mật độ tổn hao công suất trong màn chắn khi thay đổi độ dày, tần

số nguồn và độ từ thẩm. Đây là bước cơ bản để nghiên cứu các bài toán nhiệt trong vật liệu từ.

Kết quả đạt được từ việc áp dụng công thức véc tơ từ thể $\mathbf{a}$ sẽ là cơ sở để phát triển cho công thức véc tơ cường độ từ trường $\mathbf{h}$, và sẽ được phát triển ở nghiên cứu tiếp theo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] P. Dular, Vương Q. Dang, R. V. Sabariego, L. Krähenbühl and C. Geuzaine, "Correction of thin shell finite element magnetic models via a subproblem method", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 47, no. 5, pp. 158–1161, 2011.
- [2] P. Dular, R. V. Sabariego, M. V. Ferreira da Luz, P. Kuo-Peng and L. Krähenbühl, "Perturbation Finite Element Method for Magnetic Model Refinement of Air Gaps and Leakage Fluxes", *IEEE Trans. Magn.*, vol.45, no. 3, pp. 1400-1403, 2009.
- [3] Gerard Meunier (2008), *The Finite Element Method for Electromagnetic Modeling*, John Wiley & Sons, Inc.
- [4] S. V. Kulkarni, J. C. Olivares, R. Escarela-Perez, V. K. Lakhiani, and J. Tur-owski (2004), Evaluation of eddy currents losses in the cover plates of distribution transformers, *IET Sci., Meas. Technol* 151, no. 5, 313-318.
- [5] Đặng Đình Đào, Lê Văn Doanh (2000), *Các phương pháp hiện đại trong nghiên cứu tính toán thiết kế kỹ thuật điện*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật.
- [6] C. Geuzaine (2001), High order hybrid finite element schemes for Maxwell's equations taking thin structures and global quantities into account, Ph.D. thesis, University of Liege, Belgium.
- [7] C. Geuzaine, P. Dular, and W. Legros, "Dual formulations for the modeling of thin electromagnetic shells using edge elements", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 799–802, 2000.
- [8] Christophe Geuzaine, Jean- François Remacle (2015), *Gmsh Reference Manual*, University of Liege, Belgium
- [9] Patrick Dular, Christophe Geuzaine (2014), *GetDP Reference Manual*, University of Liege, Belgium.

(BBT nhận bài: 09/05/2016, phản biện xong: 23/05/2016)