

CHƯƠNG TRÌNH TÍNH DÒNG KHÍ TRONG ỐNG CÓ TIẾT DIỆN THAY ĐỔI

CALCULATING PROGRAM FOR COMPRESSIBLE FLOWS WITH AREA CHANGES

Phạm Thị Kim Loan

Trường Đại học Bách khoa, Đại học Đà Nẵng; ptkloan@dut.udn.vn

Tóm tắt - Lý thuyết dòng khí bao gồm các phương trình đại số với hàm mũ phức tạp, rất khó khăn để tính toán hoặc giải bài toán ngược lại. Để sử dụng các phần mềm tính toán dòng khí như EES (Engineering Equations Solver) cần phải có bản quyền, do đó việc xây dựng một chương trình tính toán các bài toán dòng khí đơn giản trong ống có tiết diện thay đổi bao gồm các dòng dưới âm và trên âm là rất cần thiết nhằm phục vụ cho việc giảng dạy và nghiên cứu. Với ngôn ngữ lập trình Java chạy trong môi trường hỗ trợ lập trình Eclipse, một chương trình tính toán đã được thực hiện nhằm giải các bài toán dòng khí tiêu biểu trong ống có tiết diện thay đổi, với việc kiểm soát chặt chẽ các điều kiện trong dòng chảy để chọn lời giải phù hợp cho các trường hợp của dòng khí. Chương trình có thể giải các bài toán với các loại khí khác nhau, kết quả của các bài toán do chương trình cung cấp được so sánh với kết quả các bài toán mẫu, cho thấy chương trình chạy ổn định và cho kết quả khá chính xác.

Từ khóa - dòng khí; dưới âm; trên âm; EES; chương trình tính; sóng xung kích; shock wave; choocked.

Abstract - Compressible flow analysis is filled with scores of complicated algebraic equations, most of which are very difficult to manipulate or invert. With EES (Engineering Equations Solver), any set of compressible flow equations can be typed out and solved for any variable; however, the license for EES should be needed. This research is concerned with subsonic and supersonic compressible flow theory and building a program in order to solve the typical problems of compressible flows in duct with area changes using programming language Java. The program provides correct solutions that can be controlled by given examples. For complicated invert calculations, the program reports the solutions after some iterations.

Key words - compressible flow; subsonic; supersonic; EES; calculating program; shock wave; choocked.

1. Đặt vấn đề

Khi dòng khí di chuyển với vận tốc lớn, sự thay đổi khối lượng riêng của chất khí trở nên đáng chú ý. Do tính nén được của chất khí, hai vấn đề quan trọng đáng lưu ý khi khảo sát dòng khí là:

- *choking*, lưu lượng khối lượng của dòng khí trong ống bị giới hạn bởi điều kiện vận tốc ngang âm tại mặt cắt tới hạn,
- *shock waves* (sóng tăng vọt, sóng nén), tại đó có sự biến đổi đột ngột, không liên tục của các thông số đặc tính trong dòng khí từ trên âm về dưới âm.

Bài báo này giải thích các hiện tượng đó và đưa ra các bài toán trong kỹ thuật của dòng khí, tránh những nhầm lẫn thường xảy ra với những suy luận đơn giản như trong dòng không nén được.

Các bài toán dòng khí bao gồm các phương trình đại số phức tạp, rất khó khăn để tính toán hoặc giải bài toán ngược. Các tài liệu [1], [2] đã dựa vào các bảng số liệu có sẵn để tính toán các thông số dòng không khí theo mối quan hệ với số Mach. Với sự phát triển của Engineering Equation Solver (EES) [2], các mối quan hệ trong lý thuyết dòng khí có thể được giải quyết cho nhiều loại khí khác nhau, không dùng đến các bảng số liệu trên. Tuy nhiên, để sử dụng EES cần phải có bản quyền, vì vậy cần xây dựng một chương trình tính toán các bài toán dòng khí đơn giản trong ống có tiết diện thay đổi bao gồm các dòng dưới âm và trên âm, nhằm phục vụ cho việc giảng dạy, nghiên cứu.

2. Cơ sở lý thuyết dòng khí

2.1. Các khái niệm chung

2.1.1. Số Mach

$$Ma = \frac{V}{a} \quad (1)$$

V: vận tốc dòng khí; a: vận tốc âm cục bộ. Dòng khí trong ống được phân biệt là dưới âm ($Ma < 1$), ngang âm ($Ma=1$) hoặc trên âm ($Ma > 1$).

2.1.2. Phương trình trạng thái khí lý tưởng

$$p = \rho RT; \quad R = c_p - c_v; \quad k = \frac{c_p}{c_v} \quad (2)$$

p: áp suất tuyệt đối; ρ : khối lượng riêng; T: nhiệt độ;

R: hằng số chất khí; k: tỷ số nhiệt dung riêng;

c_p, c_v : nhiệt dung riêng đẳng áp, đẳng tích.

2.1.3. Quá trình đẳng entropy

Với dòng khí đẳng entropy, mối quan hệ giữa các đại lượng trong dòng khí được biểu diễn dưới dạng hàm mũ.

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{k/(k-1)} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^k \quad (3)$$

2.1.4. Vận tốc âm

Vận tốc âm a là tốc độ lan truyền của sóng áp suất với cường độ rất nhỏ trong môi trường chất khí.

$$a = \left(\frac{kp}{\rho} \right)^{1/2} = (kRT)^{1/2} \quad (4)$$

2.1.5. Vận tốc cực đại

Khi enthalpy hoặc nhiệt độ tuyệt đối giảm tới không, vận tốc đạt đến giá trị cực đại.

$$V_{\max} = (2h_0)^{1/2} = (2c_p T_0)^{1/2} \quad (5)$$

h_0 là entanpy ở trạng thái hãm đoạn nhiệt, $V=0$.

2.1.6. Quan hệ với số Mach trong dòng đẳng entropy [3]

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{k/(k-1)} = \left[1 + \frac{1}{2}(k-1)Ma^2\right]^{k/(k-1)} \quad (6.a)$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \quad (6.b)$$

$$\frac{a_0}{a} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/2} = \left[1 + \frac{1}{2}(k-1)Ma^2\right]^{1/2} \quad (6.c)$$

p_0, a_0, T_0 : các thông số ở trạng thái hãm.

2.1.7. Các thông số ở trạng thái tới hạn ($V^*=a^*$)

Các đại lượng của dòng chảy ở trạng thái ngang âm (trạng thái tới hạn) p^*, ρ^*, a^* , và T^* được xác định từ các công thức (6.a, b, c) khi $Ma = 1$ và tính giá trị với $k = 1,4$ [1]

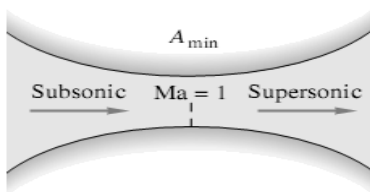
$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} = 0,5283 \quad (7.a)$$

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1} = 0,8333 \quad (7.c)$$

$$\frac{a^*}{a_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{1/2} = 0,9129 \quad (7.c)$$

Trong dòng đẳng entropy, các thông số tới hạn là hằng số; trong dòng đoạn nhiệt không đẳng entropy, a^* và T^* là hằng số, nhưng p^* và ρ^* có thể biến thiên.

2.2. Dòng đẳng entropi trong ống có tiết diện thay đổi



Hình 1. Ống thu hẹp – mở rộng

Phương trình thể hiện quan hệ giữa các thông số cho dòng đẳng entropi trong ống có tiết diện A thay đổi:

$$\frac{dV}{V} = \frac{dA}{A} \frac{1}{Ma^2 - 1} \quad (8)$$

Trong dòng chảy qua ống thu hẹp - mở rộng (Hình 1) chất lỏng có thể tăng tốc từ dưới âm lên trên âm nếu đạt đến vận tốc ngang âm tại họng.

2.2.1. Quan hệ giữa tỉ số diện tích với số Mach [1]

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma} \left[\frac{1 + 0,5(k-1)Ma^2}{0,5(k+1)} \right]^{0,5(k+1)/(k-1)} \quad (9)$$

A^* : diện tích họng ngang âm; Ma : số Mach tại mặt cắt có diện tích $A > A^*$.

Bài toán trở nên phức tạp khi tính toán số Mach với A/A^* cho trước. Với giá trị A/A^* cho trước, có hai kết quả

số Mach dòng dưới âm và dòng trên âm.

2.2.2. Choking - Sự chặn giá trị lưu lượng (Lưu lượng khối không thể vượt quá giá trị giới hạn)

Với điều kiện hãm cho trước, dòng khí có thể đạt được lưu lượng tối đa (giá trị giới hạn) khi tại họng ống đạt trạng thái tới hạn. Khi đó đường ống được cho là choked - lưu lượng khối bị chặn tại giá trị giới hạn, không thể tăng thêm trừ khi mở rộng họng ống. Lưu lượng tối đa m_{\max} [1]:

$$m_{\max} = k^{1/2} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{(1/2)(k+1)/(k-1)} A^* \rho_0 (RT_0)^{1/2} \quad (10)$$

2.2.3. Hàm lưu lượng khối cục bộ

Lưu lượng thực m được tính theo thông số hãm và áp suất tại một mặt cắt có diện tích A trong ống [1]:

$$\frac{m \sqrt{RT_0}}{A p_0} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2/k} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{(k-1)/k}\right]} \quad (11)$$

p, A : áp suất và diện tích ống ở vị trí x . Khi p/p_0 giảm, hàm lưu lượng khối tăng nhanh và đạt giá trị tối đa khi $p=p^*$. Khi $p > p^*$ lưu lượng khối bị chặn tại giá trị tối đa, không thể tăng tiếp dù p giảm (choked).

2.2.4. Shock wave - Sóng xung kích

Là hiện tượng không thuận nghịch, xảy ra khi dòng trên âm bị cản trở tại phía hạ lưu, dòng khí qua shock wave sẽ giảm vận tốc đột ngột từ trên âm về dưới âm.

Ký hiệu: 1: ở thượng lưu mặt sóng (dòng trên âm);

2: ở hạ lưu mặt sóng (dòng dưới âm);

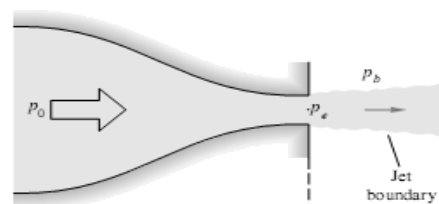
Quan hệ giữa số Mach và diện tích mặt cắt tới hạn A^* ở thượng lưu và hạ lưu shock wave [1]:

$$Ma_2^2 = \frac{(k-1)Ma_1^2 + 1}{2kMa_1^2 - (k-1)} \quad (12)$$

$$\frac{A_2^*}{A_1^*} = \frac{Ma_2}{Ma_1} \left[\frac{2 + (k-1)Ma_1^2}{2 + (k-1)Ma_2^2} \right]^{(1/2)(k+1)/(k-1)} \quad (13)$$

3. Dòng khí qua ống có tiết diện thay đổi

3.1. Dòng khí đi qua vòi hình côn thu hẹp



Hình 2. Dòng khí đi qua vòi hình côn thu hẹp

Dòng khí từ áp suất hãm p_0 đi qua vòi thu hẹp nhờ áp suất p_b ở phía hạ lưu vòi có giá trị $p_b < p_0$.

- $p_b > p^*$: áp suất p_e tại miệng ra của vòi lớn hơn áp suất tới hạn p^* . Dòng là dưới âm, $p_e = p_b$. Lưu lượng khối nhỏ hơn giá trị tới hạn m_{\max} .

- $p_b = p^*$: dòng tại miệng vòi là ngang âm, $p_e = p_b$, lưu lượng đạt giá trị tới hạn m_{max} .
- $p_b < p^*$, choking, lưu lượng qua vòi giữ ở giá trị m_{max} , dòng tại miệng vòi là ngang âm, $p_e = p^*$. Từ miệng ra của vòi, dòng sẽ giãn ra để đạt trạng thái trên âm về phía hạ lưu, áp suất giảm từ p^* về p_b .

3.2. Dòng khí qua ống thu hẹp - mở rộng (Hình 1)

Dòng khí từ áp suất hãm p_0 đi qua ống thu hẹp – mở rộng nhờ áp suất p_b ở phía hạ lưu vòi có giá trị $p_b < p_0$.

- $p_b > p^*$ (áp suất tới hạn tại họng ống): áp suất p_e tại miệng ra của ống lớn hơn p^* . Dòng là dưới âm, $p_e = p_b$. Lưu lượng khối nhỏ hơn giá trị tới hạn m_{max} .
- Khi tỉ số A_e/A_t (diện tích mặt cắt ra/ diện tích mặt cắt họng) bằng tỉ số tới hạn A_e/A^* đối với dòng dưới âm có Ma_e , dòng tại họng ống là ngang âm, lưu lượng khối đạt giá trị cực đại. Ngoại trừ tại họng ống, dòng tại mọi nơi trong ống là dưới âm, bao gồm cả dòng tại miệng ra của ống, $p_e = p_b$
- Khi p_b/p_0 tương ứng với tỷ số diện tích tới hạn A_e/A^* đối với dòng trên âm có số Ma_e : tỷ số áp suất thiết kế của ống phun, dòng ở phía sau miệng ống là trên âm, $p_e = p_b$.
- p_b/p_0 lớn hơn tỉ số áp suất thiết kế, nhưng $p_b < p^*$, tại họng ống là dòng ngang âm, dòng ở phần mở rộng của ống là trên âm và xuất hiện sóng xung kích để dòng về dưới âm, $p_e = p_b$.

4. Ứng dụng ngôn ngữ lập trình Java xây dựng chương trình giải các bài toán dòng khí đơn giản

4.1. Mục đích

- Lập chương trình để giải các bài toán dòng khí trong ống có tiết diện thay đổi.
- Các bài toán sẽ được tính cho các loại khí khác nhau và các thông số đầu vào khác nhau.
- Chú ý đến những nhầm lẫn thường gặp khi áp dụng các công thức dùng cho dòng không khí ($k=1,4$) để giải cho các bài toán với các chất khí khác nhau.

4.2. Lập chương trình tính toán

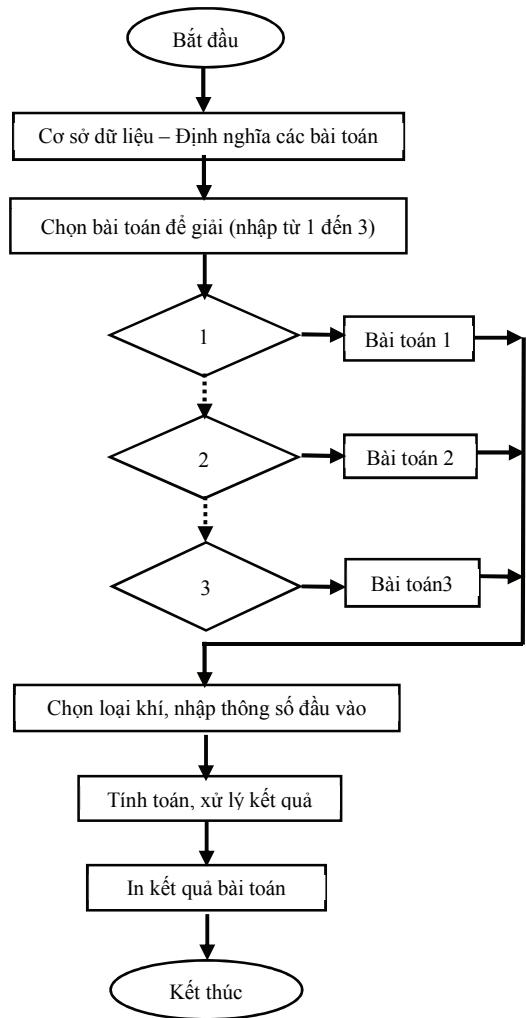
4.2.1. Ngôn ngữ lập trình: Java, chạy trong môi trường hỗ trợ lập trình Eclipse [4].

4.2.2. Các bước lập trình – Sơ đồ khối (Hình 3)

- Xây dựng file cơ sở dữ liệu các thông số đặc tính của các loại khí thường gặp: Bảng A4 [1].

Khí	R (m ² /(s ² .K))	ρ_g (N/m ³)	μ (N.s/m ²)	k
Air	287	11,8	1,8.10 ⁻⁵	1,4
Argon	208	16,3	2,24.10 ⁻⁵	1,67
CO2	189	17,9	1,48.10 ⁻⁵	1,3
-----	-----	-----	-----	----

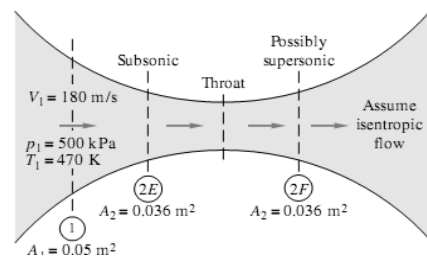
- Định nghĩa các bài toán được xây dựng trong chương trình.
- Lập chương trình để giải từng bài toán và xuất kết quả lên màn hình.



Hình 3. Sơ đồ khối

4.3. Các lưu ý trong lập trình và kết quả

4.3.1. Bài toán dòng khí chảy trong ống thu hẹp - mở rộng



Hình 4. Dòng qua ống thu hẹp - mở rộng [1]

Dòng khí chuyển động đẳng entropi trong ống thu hẹp – mở rộng. Tại mặt cắt 1 cho biết diện tích A_1 , V_1 , p_1 , T_1 . Tại mặt cắt 2 cho biết diện tích A_2 . Tính T_0 , Ma_1 , p_0 , A^* , lưu lượng m , Ma_2 ; p_2 với hai trường hợp dòng tại mặt cắt 2 là dưới âm và trên âm (Hình 4).

Các lưu ý trong chương trình:

- Khi nhập giá trị diện tích mặt cắt 2, chú ý điều kiện A^* (họng ống) $< A_2 < A_1$
- Khi tính Ma_2 từ công thức (9), không thể biến đổi

đại số đơn giản, mà phải sử dụng phép lặp với giá số của Ma là 0,001 và sai số (A/A^*) cho phép là 0,005 để nhận được kết quả chính xác.

Hiện thị trên màn hình như sau:

NHẬP THÔNG SỐ ĐẦU VÀO

- Điền tên loại khí: Air
- Diện tích mặt cắt 1 A_1 : 0.05 (m²)
- Vận tốc mặt cắt 1 V_1 : 180 (m/s)
- Áp suất mặt cắt 1 p_1 : 500 (kPa)
- Nhiệt độ ở mặt cắt 1 T_1 : 470 (K)

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

- Nhiệt độ hãm: $T_0 = 486.0$ (K)
- Vận tốc âm ở mặt cắt 1: $a_1 = 435.0$ (m/s)
- Số Mach ở mặt cắt 1: $Ma_1 = 0.414$
- Áp suất hãm: $p_0 = 563.0$ (kPa)
- Diện tích mặt cắt tới hạn: $A_{*0} = 0.0323$ (m²)
- Lưu lượng khối lượng: $m = 33.4$ (kg/s)
- Diện tích mặt cắt 2 A_2 : (m²): .03
- **A_2 chưa thỏa mãn điều kiện: $A_1 > A_2 > A_{*0}$**
- **Nhập lại diện tích mặt cắt 2 A_2 :** (m²): .036
- Số Mach dòng dưới âm: $Ma_{2sub} = 0.674$
- Áp suất dòng dưới âm: $p_{2sub} = 415.26$ (kPa)
- Số Mach dòng trên âm: $Ma_{2super} = 1.4$
- Áp suất dòng trên âm: $p_{2super} = 177.67$ (kPa)
- Tiếp tục chương trình?(Yes/No) : N
- Bạn đã hoàn thành chương trình!

Chương trình cho kết quả đúng với số liệu trong bài toán mẫu để so sánh.

4.3.2. Bài toán dòng khí chảy qua vòi thu hẹp (Hình 2)

Dòng khí qua vòi hình côn thu hẹp có diện tích họng vòi là A^* , thông số hãm p_0 , T_0 , đi vào vùng hạ lưu có áp suất $p_b < p_0$. Tính áp suất tại mặt cắt ra của vòi và lưu lượng.

Các lưu ý trong chương trình:

- Dòng khí chuyển động được do áp suất ở phía sau vòi (phía hạ lưu) $p_b < p_0$. Lưu lượng tính theo công thức (10) hoặc (11), bị chặn tại giá trị tới hạn nếu $p_b < p^*$, do đó trong chương trình cần kiểm soát giá trị p_b nhập vào.
- Áp suất tại miệng ra của vòi p_e phụ thuộc vào áp suất p_b ở phía hạ lưu của vòi.

$$\text{Nếu } p_b \geq p^* \Rightarrow p_e = p_b$$

$$\text{Nếu } p_b < p^*: \text{choking} \Rightarrow p_e = p^*$$

Hiện thị trên màn hình như sau:

NHẬP THÔNG SỐ ĐẦU VÀO

- Điền tên loại khí: Air
- Diện tích họng A_e : .0006(m²)
- Áp suất hãm p_0 : 120(kPa)
- Nhiệt độ hãm T_0 : 400(K)
- Áp suất vùng hạ lưu p_{b1} : (kPa) 90

----- KẾT QUẢ -----

- Áp suất tại họng: $p^* = 63.4$ (kPa)
- \Rightarrow Dòng dưới âm (no choked)
- Áp suất ra: $p_{e1} = 90.0$ (kPa)
- Số Mach tại họng: $Ma_e = 0.654$
- Lưu lượng khối lượng: $m = 0.129$ (kg/s)
- Tiếp tục chương trình? (Yes/No) : Y

NHẬP THÔNG SỐ ĐẦU VÀO

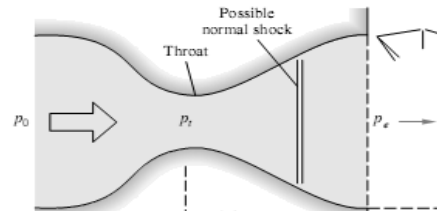
- Điền tên loại khí: Air
- Diện tích họng A_e : .0006(m²)
- Áp suất hãm p_0 : 120(kPa)
- Nhiệt độ hãm T_0 : 400(K)
- Áp suất vùng hạ lưu p_{b1} : (kPa) 45

----- KẾT QUẢ -----

- Áp suất tại họng: $p^* = 63.4$ (kPa)
- \Rightarrow Dòng ngang âm tại họng (choked)
- Áp suất ra: $p_{e1} = 63.4$ (kPa)
- Số Mach tại họng: $Ma_e = 1$
- Lưu lượng khối lượng: $m = 0.455$ (kg/s)
- Tiếp tục chương trình? (Yes/No): N

Chương trình cho kết quả đúng với số liệu trong bài toán mẫu để so sánh.

4.3.3. Bài toán dòng khí chảy qua vòi thu hẹp - mở rộng có sóng xung kích (shock wave)(Hình 5)



Hình 5. Vòi thu hẹp - mở rộng, có sóng xung kích

Vòi thu hẹp - mở rộng có diện tích họng A^* , diện tích miệng ra A_e . Dòng khí từ điều kiện hãm p_0 , T_0 qua vòi thu hẹp - mở rộng đi vào vùng hạ lưu có áp suất $p_b < p_0$. Tính áp suất tại miệng ra và lưu lượng khối lượng trong 2 trường hợp: (a) điều kiện thiết kế; (b) Tính với giá trị p_b cho trước.

Các lưu ý trong chương trình:

- Khi nhập giá trị diện tích miệng ra A_e của vòi, cần chú ý điều kiện $A_e > A^*$.
- Ma_e tại miệng ra được tính từ công thức (9) theo tỉ số A_e/A^* với điều kiện $Ma_e > 1$, phải sử dụng phép lặp với giá số của Ma là 0,001 và sai số (A/A^*) cho phép là 0,005 để có kết quả chính xác.
- Với áp suất ở hạ lưu p_b lớn hơn áp suất miệng ra ở chế độ thiết kế p_{design} , xuất hiện sóng xung kích trong phần mở rộng của vòi, xét 2 giới hạn tương ứng với trường hợp F và trường hợp C [1].

Khi mặt sóng xung kích ở ngay miệng ra của vòi (trường hợp F), tính áp suất p_{2F} ở hạ lưu mặt sóng xung kích và xét điều kiện $p_b > p_{2F}$. Khi mặt sóng xung kích ở

ngay tại họng (trường hợp C) thì dòng phía hạ lưu họng vôi là dưới âm, Ma_{eC} tại miệng ra được tính từ công thức theo tỉ số A_e/A^* với điều kiện $Ma_e < 1$, tính áp suất tại miệng ra p_{eC} và xét điều kiện $p_b < p_{eC}$.

Chương trình cho kết quả đúng với số liệu trong bài toán mẫu để so sánh.

5. Kết luận

Trên cơ sở nghiên cứu lý thuyết dòng khí và ngôn ngữ lập trình Java cùng môi trường hỗ trợ lập trình Eclipse, tác giả đã xây dựng được chương trình tính toán để giải các bài toán dòng khí cơ bản, áp dụng cho các loại khí khác nhau và các bộ thông số đầu vào biến đổi được. Chương trình đã được thực hiện, chạy ổn định và cho kết quả chính xác.

Từ chương trình này, có thể phát triển thành chương

trình tính toán thiết kế ống khí động, phục vụ cho việc giảng dạy và nghiên cứu.

Chương trình cũng có thể được phát triển theo hướng tính toán cho các bài toán dòng khí trong đường ống có ma sát hoặc trong đường ống có trao đổi nhiệt với bên ngoài.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Frank M. White, Textbook, Fluid Mechanics, 4th edition, McGraw Hill, New York, 2001
- [2] Frank M. White, Textbook, Viscous Fluid Flow, 2nd edition, McGraw Hill, New York, 1991
- [3] Vũ Duy Quang, Phạm Đức Nhuận, *Giáo trình, Kỹ thuật thủy khí*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2009
- [4] H.M. Deitel and Paul Deitel, Textbook, Java How to Program, 10th edition, Pearson Education, 2014

(BBT nhận bài: 12/12/2016, hoàn tất thủ tục phản biện: 30/12/2016)