ỨNG DỤNG LÝ THUYẾT HÀNG ĐỢI TRONG VIỆC TỐI ƯU HÓA THIẾT KẾ DỊCH VỤ

APPLICATION OF QUEUING THEORY IN OPTIMIZATION OF SERVICE DESIGN

Nguyễn Đình Sơn
Trường Đại học Bách khoa, Đại học Đà Nẵng; ndson@dut.udn.vn

Tóm tắt - Ngày nay, khi khoa học kỹ thuật càng phát triển thì nhu cầu của khách hàng về sản phẩm, đặc biệt là sản phẩm dịch vụ càng khắt khe hơn. Trong xu thế cạnh tranh và toàn cầu hóa của nền kinh tế hiện nay, việc thỏa mãn nhu cầu của khách hàng là một yếu tố quan trọng đối với nhà thiết kế sản phẩm dịch vụ. Khách hàng luôn mong muốn được mua hàng hóa và dịch vụ với giá thành sản phẩm thấp nhưng chất lượng đảm bảo. Do vậy, việc giảm thiểu chi phí đồng thời thỏa mãn nhu cầu của khách hàng là một trong những vấn đề quan trọng trong tối ưu hóa thiết kế dịch vụ. Bài báo này nhằm mục đích đưa ra phương pháp tiếp cận lý thuyết hàng đợi để giải quyết các vấn đề tối ưu hóa trong thiết kế sản phẩm dịch vụ.

Từ khóa - lý thuyết hàng đợi; thiết kế tối ưu; sản phẩm-dịch vụ; chuỗi Markov; tối ưu hóa.

Abstract - With the rapid development of science and technology, the requirements of customers for products, especially service products are stricter and more complex. In the context of concurrent and global economy, satisfaction of customers' requirements is an important key in designing service products. Customers always expect to buy goods as well as services at low prices but with good quality. Thus, cost reduction has become an important challenge in service product design while the satisfaction of the customers' requirements is still ensured. An approach based on the queuing theory is proposed in this paper to solve these problems.

Key words - queuing theory; optimization design; service product; Markov chain; optimization.

1. Đặt vấn đề

Cùng với sự phát triển mạnh mẽ của khoa học kỹ thuật và công nghệ, nhu cầu về các sản phẩm và dịch vụ trợ giúp con người trong hoạt động thường nhật tăng lên không ngừng. Để đáp ứng được những nhu cầu đó, đòi hỏi các kỹ sư thiết kế không chỉ phải thực hiện nhanh chóng, hiệu quả khâu thiết kế, mà còn phải đảm bảo chất lượng, giá thành sao cho tối ưu hóa chi phí của sản phẩm. Nhiệm vụ chính của các kỹ sư thiết kế là áp dụng các kiến thức khoa học và kinh nghiệm để đưa ra các giải pháp kỹ thuật cho thiết kế của mình, và hơn nữa cần phải tìm cách tối ưu hóa giải pháp đó với các ràng buộc về yêu cầu của khách hàng, về vật liệu, về yếu tố công nghệ, kinh tế, và cả yếu tố môi trường.

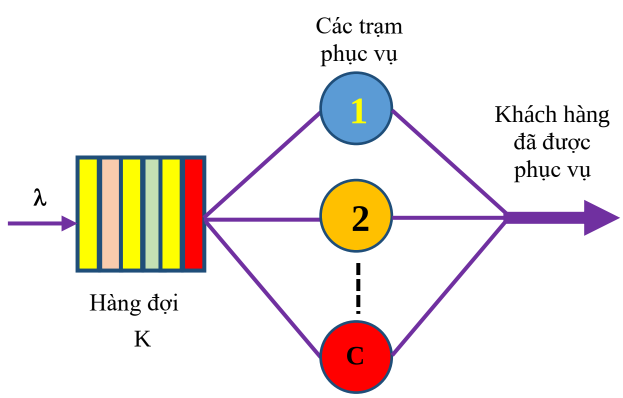
Hiện nay, lý thuyết hàng đợi được sử dụng như một công cụ toán học hỗ trợ việc tính toán thiết kế trên nhiều lĩnh vực, như tối ưu hóa hiệu suất hoạt động của công ty sản xuất phần mềm [1], ứng dụng lý thuyết hàng đợi trong việc đánh giá hệ thống điều khiển không lưu [2], đánh giá dịch vụ xử lý ảnh của các vệ tinh quan sát trái đất [3], đánh giá sự di trú của các loài chim tại vùng Đông-Bắc Mỹ [4].

Hình 1. Khách hàng chờ đợi thanh toán tại siêu thị

Việc ứng dụng lý thuyết hàng đợi để nâng cao chất lượng của dịch vụ như thời gian chờ đợi của khách hàng, tối ưu hóa số trạm phục vụ và chi phí cơ hội bị mất đi của khách hàng khi không được phục vụ. Một trong các yếu tố làm thỏa mãn người sử dụng một dịch vụ đó là thời gian chờ đợi của khách hàng và số trạm phục vụ khách hàng là ít nhất. Đây là một trong những yếu tố quan trọng của người thiết kế sản phẩm là các dịch vụ phục vụ khách hàng.

Do đó, việc áp dụng lý thuyết hàng đợi có ý nghĩa quan trọng trong thiết kế dịch vụ, đặc biệt là các dịch vụ liên quan đến thời gian chờ đợi của khách hàng như: viễn thông, dịch vụ thanh toán tiền tại các siêu thị, trung tâm hành chính quận, huyện và thành phố. Chính vì vậy, bài báo này đưa ra phương pháp tiếp cận lý thuyết hàng đợi để giải quyết bài toán tối ưu hóa thiết kế các dịch vụ nhằm nâng cao chất lượng dịch vụ cho khách hàng và giảm thiểu chi phí cho dịch vụ.

2. Mô hình bài toán



Hình 2. Mô hình bài toán hàng đợi

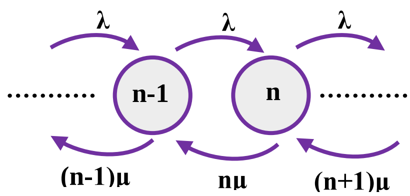
Giả sử chúng ta cần thiết kế một dịch vụ phục vụ cho khách hàng trong đó có C trạm phụ vụ khách hàng và số lượng khách hàng chờ đợi trong hàng đợi với một lượng hữu hạn K. Tần suất khách hàng đến với dịch vụ giả sử được phân bố ngẫu nhiên theo quy luật xác suất Poisson có tỉ suất là λ. Thời gian phục vụ tại mỗi trạm phục vụ khách hàng thì độc lập với nhau và phân bố theo quy luật hàm mũ có tỉ số là μ (xem hình 2).

Yêu cầu của bài toán thiết kế là làm thế nào để thiết kế được một trung tâm dịch vụ phục vụ khách hàng với các yêu cầu sau:

- Thời gian chờ đợi trung bình của mỗi khách hàng (waiting time) phải nhỏ hơn một giá trị t_w.
- Tối ưu chi phí hoạt động của trung tâm dịch vụ phục vụ khách hàng:
  - Giá trị hàng đợi K là nhỏ nhất (Min K)
  - Số lượng trạm phục vụ khách hàng C là nhỏ nhất (Min C)

3. Xây dựng mô hình toán học

Theo định nghĩa của Kendall [5], mô hình bài toán tương đương với mô hình của lý thuyết hàng đợi kiểu M/M/C/K+C. Do đó, chúng ta có thể mô tả trạng thái của khách hàng được phục vụ tại trạm thứ n như hình 3.



Hình 3. *Mô hình chuỗi Markov*

Tại thời điểm có n-1 khách hàng trong hàng đợi để thực hiện dịch vụ, nếu trong một khoảng λ đơn vị thời gian, thì sẽ có n khách hàng trong hàng đợi. Như vậy, trong hàng đợi sẽ chuyển từ trạng thái có n-1 khách hàng sang trạng thái có n khách hàng. Với thời gian phục vụ trung bình của mỗi trạm là μ khách hàng trong một đơn vị thời gian, thì sau một khoảng n.μ (tức là một khách hàng sẽ được phục vụ xong) trạm phục vụ sẽ trở về trạng thái đang phục vụ n-1 khách hàng. Trạng thái hàng đợi sẽ chuyển từ trạng thái có n khách hàng sang trạng thái có n-1 khách hàng.

Như vậy, từ một bài toán hàng đợi được chuyển thành bài toán chuỗi trạng thái Markov rời rạc theo từng trạng thái của hàng đợi.

3.1. Xác suất khách hàng đến dịch vụ

Gọi n là khách hàng thứ n đến với dịch vụ, như vậy dựa vào trạng thái chuỗi Markov rời rạc ở hình 3, ta có thể tính được xác suất khách hàng thứ n đến với dịch vụ là p(n) như sau:

Tại trạng thái thứ n

- *Nếu* $n < C$:

$$n\mu.p(n) = \lambda p(n-1) \tag{1}$$

$$p(n) = \frac{\lambda}{n\mu} p(\mathrm{n}-1) \tag{2}$$

$$p(n) = \frac{\rho^n}{n!} p(0) \tag{3}$$

Trong đó: $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$

- *Nếu* $n \geq C$:

$$C\mu.p(n) = \lambda p(n-1) \tag{4}$$

$$p(n) = \frac{\lambda}{C\mu} p(n-1) \tag{5}$$

$$p(n) = \frac{\rho^{n-C}}{C^{n-C}} p(C) \tag{6}$$

Trong đó: $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$

Từ phương trình (5) ta có: $p(C) = \dfrac{\rho}{C} \cdot p(C-1)$

$$p(C) = \frac{\rho}{C} \cdot \frac{\rho^{C-1}}{(C-1)!} p(0) \tag{7}$$

$$p(C) = \frac{\rho^C}{C!} p(0) \tag{8}$$

Do vậy :

$$p(n) = \frac{\rho^n}{C^{n-C} C!} p(0) \tag{9}$$

Để xác định giá trị p(0), theo [6-7] ta có được: $\sum_{n=0}^{+\infty} p(n) = 1$

Do đó, từ phương trình (3) và (9) ta có:

$$\sum_{n=0}^{C-1} p(n) + \sum_{n=C}^{+\infty} p(n) = 1 \tag{10}$$

$$\sum_{n=0}^{C-1} \frac{\rho^n}{n!} p(0) + \sum_{n=C}^{+\infty} \frac{\rho^n}{C^{n-C} C!} p(0) = 1 \tag{11}$$

$$\sum_{n=0}^{C-1} \frac{\rho^n}{n!} p(0) + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\rho^{n+C}}{C^n C!} p(0) = 1 \tag{12}$$

$$p(0) = \left[\sum_{n=0}^{C-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^C}{C!} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\rho}{C} \right)^n \right]^{-1} \tag{13}$$

Như vậy, xác suất để khách hàng thứ n đến với dịch vụ p(n) sẽ được tính như sau:

$$p(n) = \begin{cases} \dfrac{\rho^n}{n!} p(0) & n\hat{e}'u \;\; 0 \leq n < C \\ \dfrac{\rho^n}{C^{n-C} C!} p(0) & n\hat{e}'u \;\; n \geq C \end{cases} \tag{14}$$

$$p(0) = \begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{C-1} \dfrac{\rho^n}{n!} + \dfrac{\rho^C}{C!} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\dfrac{\rho}{C} \right)^n \right]^{-1} & n\hat{e}'u \;\; \rho \geq C \\ \left[\sum_{n=0}^{C-1} \dfrac{\rho^n}{n!} + \dfrac{\rho^C}{(C-1)!(C-\rho)} \right]^{-1} & n\hat{e}'u \;\; \rho < C \end{cases} \tag{15}$$

3.2. Xác suất khách hàng đến dịch vụ khi hàng đợi bị đầy

Trong trường hợp nếu chúng ta thiết kế hàng đợi với số lượng vô hạn (tức là giá trị K→∞) thì sẽ không có khách hàng nào bị từ chối dịch vụ. Tuy nhiên, nếu hàng đợi với số lượng hữu hạn K và hàng đợi bị đầy thì khách hàng đến thực hiện dịch vụ sẽ bị từ chối. Do vậy, xác suất P_r để một khách hàng bị từ chối dịch vụ được tính như sau:

$$P_r = 1 - \sum_{n=0}^{K+C-1} p(n) \tag{16}$$

$$P_r = \sum_{n=0}^{C-1} p(n) + \sum_{n=C}^{+\infty} p(n) - \sum_{n=0}^{K+C-1} p(n) \tag{17}$$

$$P_r = \sum_{n=K+C}^{+\infty} p(n) \tag{18}$$

Từ phương trình (9) ta có:

$$P_r = \sum_{n=K+C}^{+\infty} \frac{\rho^n}{C^{n-C}C!} p(0) \tag{19}$$

$$P_r = p(0).\frac{\rho^{K+C}}{C^K C!}.\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{\rho}{C}\right)^n \tag{20}$$

Như vậy:

$$P_r = \begin{cases} p(0).\dfrac{\rho^{K+C}}{C^K C!}.\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{\rho}{C}\right)^n & nê'u \;\; \dfrac{\rho}{C} \geq 1 \\ p(0).\dfrac{\rho^{K+C}}{C^{K-1}(C-\rho).C!} & nê'u \;\; \dfrac{\rho}{C} < 1 \end{cases} \tag{21}$$

3.3. Số lượng khách hàng trung bình trong hàng đợi

Giả sử gọi Q_a là số khách hàng trung bình trong hàng đợi. Số khách hàng trung bình Q_a được tính như sau:

$$Q_a = \sum_{n=C}^{K+C-1} (n-C)p(n) \tag{22}$$

Từ phương trình (9) ta có:

$$Q_a = \sum_{n=C}^{K+C-1} (n-C)\frac{\rho^n}{C^{n-C}C!} p(0) \tag{23}$$

Như vậy:

$$Q_a = \frac{\rho^C}{C!} p(0) \sum_{n=0}^{K-1} n\left(\frac{\rho}{C}\right)^n \tag{24}$$

3.4. Thời gian đợi trung bình của khách hàng

Giả sử gọi W_a là thời gian đợi trung bình của mỗi khách hàng khi đến với dịch vụ. Giá trị W_a được tính như sau :

$$W_a = \frac{Q_a}{\lambda} \tag{25}$$

Như vậy :

$$W_a = \frac{\rho^C}{\lambda.C!} p(0) \sum_{n=0}^{K-1} n\left(\frac{\rho}{C}\right)^n \tag{26}$$

3.5. Chi phí cơ hội do khách hàng bị từ chối dịch vụ

Giả sử gọi *f* là chi phí cơ hội trung bình bị mất đi do khách hàng bị từ chối dịch vụ khi hàng đợi bị đầy. Chi phí trung bình được tính dựa trên số lượng trung bình khách hàng bị từ chối dịch vụ do hàng đợi của trung tâm bị đầy. Chi phí trung bình *f* được tính như sau:

$$f = P_r.\lambda.c \tag{27}$$

Trong đó c là khoảng phí mà khách hàng phải trả khi thực hiện một dịch vụ.

Từ phương trình (21) ta có:

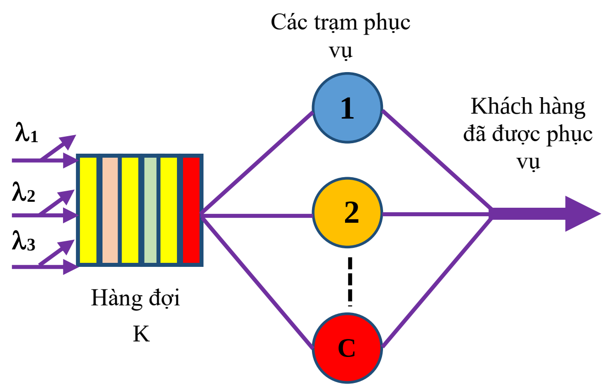
$$f = \frac{\rho^{K+C}}{C^K C!} p(0).\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{\rho}{C}\right)^n .\lambda.c \tag{28}$$

Như vậy:

$$f = \begin{cases} \dfrac{\rho^{K+C}}{C^K C!} p(0).\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{\rho}{C}\right)^n .\lambda.c & nê'u \;\; \dfrac{\rho}{C} \geq 1 \\ \dfrac{\rho^{K+C}}{C^{K-1}(C-\rho).C!} p(0).\lambda.c & nê'u \;\; \dfrac{\rho}{C} < 1 \end{cases} \tag{29}$$

4. Áp dụng

Chúng ta cần thiết kế một trung tâm dịch vụ chăm sóc khách hàng qua điện thoại để tư vấn cho ba nhóm khách hàng khác nhau như: khách hàng công nghiệp (nhà máy, xí nghiệp, công ty…), khách hàng sử dụng dịch vụ thuê bao trả sau, khách hàng sử dụng dịch vụ thuê bao trả trước. Chi phí cơ hội bị mất một khách hàng ở ba nhóm khách hàng lần lượt là c_1, c_2, và c_3 (trong đó $c_1>c_2>c_3$). Trung tâm chăm sóc khách hàng có C trạm dịch vụ để có thể phục vụ cùng một lúc là C khách hàng và hàng đợi có thể chứa nhiều nhất là K khách hàng. Như vậy, khả năng của trung tâm có thể giải quyết tại thời điểm t là C+K khách hàng. Mô hình của bài toán được mô tả như trong hình 4.



Hình 4. *Mô hình hàng đợi của trung tâm dịch vụ*

Giả sử ba nhóm khách hàng gọi đến trung tâm dịch vụ chăm sóc khách hàng với xác suất phân bố theo luật Poisson có tỉ số lần lượt là λ_1, λ_2, λ_3. Điều đó có nghĩa là trung bình sẽ có λ_1 khách hàng nhóm 1, λ_2 khách hàng nhóm 2 và λ_3 khách hàng nhóm 3 gọi đến trung tâm dịch vụ chăm sóc khách hàng trong một đơn vị thời gian. Trong một đơn vị thời gian, sẽ có $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3$ khách hàng của ba nhóm gọi đến trung tâm. Như vậy, bài toán trở thành bài toán hàng đợi với $\lambda = \lambda_1+\lambda_2+\lambda_3$.

Qua khảo sát thực tế dữ liệu khách hàng thì xác suất ba nhóm khách hàng gọi đến trung tâm dịch vụ chăm sóc khách hàng phân bố theo quy luật Poisson có tỉ số xấp xỉ gần bằng 1 ($\lambda_1=1$, $\lambda_2=1$, $\lambda_3=1$). Thời gian kéo dài của mỗi cuộc gọi độc lập với nhau và phân bố theo luật hàm số mũ có tỉ số là μ (trong đó $0{,}01 \leq \mu \leq 0{,}1$).

Để thỏa mãn yêu cầu của khách hàng, mỗi khi khách hàng yêu cầu tư vấn của dịch vụ thì trung tâm dịch vụ tư vấn phải thỏa mãn điều kiện sau:

- Yêu cầu về phía khách hàng sử dụng dịch vụ: Thời gian chờ đợi trung bình của mỗi khách hàng phải nhỏ hơn giá trị t_w (trong đó $t_w \le 1s$).
- Yêu cầu về bên chủ đầu tư: Chi phí hoạt động của trung tâm phải tối ưu (tức là giá trị K và C bé nhất). Chi phí cơ hội f do bị mất khách hàng nếu hàng đợi bị đầy phải bé nhất.

Chi phí cho từng nhóm khách hàng lần lượt là $c_1=20$, $c_2=6$, và $c_3=3$ (đơn vị ngàn đồng). Chi phí cho hàng đợi và nhân công phục vụ ở các trạm lần lượt là $c_k=1$ và $c_c=4$ (đơn vị ngàn đồng).

Như vậy, bài toán thiết kế có thể mô tả dưới dạng toán học như sau:

Minimize f_{Total}

Subject to

$$0,3s \le t_w \le 1s;\ 0,01 \le \mu \le 0,1;\ W_a \le t_w.$$

$$\lambda_i = 1\ (\overline{1,3});\ c_1=20,\ c_2=6,\ c_3=3$$

Trong đó, tổng chi phí f_{Total} bao gồm chi phí trung bình do bị mất khách hàng khi hàng đợi bị đầy và chi phí phải chi trả cho trung tâm dịch vụ. Tổng chi phí f_{Total} được tính như sau:

$$f_{Total} = P_r\left(\lambda_1 c_1 + \lambda_2 c_2 + \lambda_3 c_3\right) + Kc_k + Cc_c \qquad (30)$$

5. Kết quả và thảo luận

Sử dụng hàm *Minimize* tối ưu hóa đa mục tiêu của phần mềm toán học Mathematica® [8], kết quả xác định được như trong bảng 1.

Bảng 1. *Kết quả tối ưu hóa*

Tổng chi phí (f_{Total})	Số trạm phục vụ (C)	Số khách hàng trong hàng đợi (K)
211,09	48	4

Với kết quả nhận được ta tính các tham số còn lại như trong bảng 2.

Bảng 2. *Các tham số khác*

Pr	Q_a	W_a	f
0,433	0,181	0,04	15,161

Như vậy, bài toán tối ưu hóa thiết kế trung tâm dịch vụ chăm sóc khách hàng qua điện thoại với mục tiêu là xác định được số trạm dịch vụ và số lượng của hàng đợi bé nhất có thể thông qua mô hình toán học đã xây dựng dựa trên lý thuyết hàng đợi. Kết quả của việc thiết kế trung tâm dịch vụ chăm sóc khách hàng có được chỉ dựa trên hàng đợi theo kiểu FIFO (First In First Out). Nếu trong trường hợp kết cấu của hàng đợi là có chế độ ưu tiên cho khách hàng theo thứ tự khách hàng công nghiệp ưu tiên thứ nhất, khách hàng sử dụng dịch vụ thuê bao trả sau ưu tiên thứ hai, khách hàng sử dụng dịch vụ thuê bao trả trước ưu tiên cuối cùng thì lúc đó cần xây dựng lại mô hình bài toán cho cấu hình hàng đợi mới.

Tuy nhiên, với mô hình bài toán như đã mô tả ở trên thì có thể sử dụng để thiết kế một số các trung tâm dịch vụ như: trung tâm thanh toán tiền tại các siêu thị, trung tâm mua sắm lớn; dịch vụ chăm sóc khách hàng tại các ngân hàng; trung tâm dịch vụ tiếp nhận hồ sơ tại các trung tâm hành chính. Việc ứng dụng lý thuyết hàng đợi trong thiết kế các trung tâm dịch vụ cho phép lựa chọn được số lượng trạm phục vụ phù hợp theo số lượng khách hàng, theo từng ca làm việc phù hợp nhằm giảm thời gian chờ đợi của khách hàng và giảm chi phí hoạt động của trung tâm dịch vụ.

6. Kết luận

Bài báo đã xây dựng mô hình toán học cho bài toán hàng đợi dựa trên lý thuyết hàng đợi và chuỗi Markov rời rạc để đưa ra phương pháp thiết kế sản phẩm dịch vụ một cách tối ưu nhất.

Như vậy, việc ứng dụng lý thuyết hàng đợi trong việc thiết kế các sản phẩm dịch vụ sẽ giúp các nhà thiết kế lựa chọn được những giải pháp tối ưu nhất. Giải pháp đó phải thỏa mãn nhu cầu của khách hàng thông qua việc giảm tối thiểu thời gian chờ đợi của khách hàng và tiết kiệm chi phí đầu tư và hoạt động của sản phẩm dịch vụ được thiết kế.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Liu H. H, “Applying Queuing Theory to Optimizing the Performance of Enterprise Software Applications”, *CMG - CONFERENCE*, Vol. 1, 2006, pp. 457-468.

[2] W. N. Pizzo, P. S. Cugnasca, “Application Of Queuing Theory For Availability Assessment In Airspace Control Systems”, *Brazilian Society for Research in Air Transportation*, Vol. 3(1), 2008, pp. 53-65.

[3] Wen Chen, Phil Palmer, Stephen Mackin and Gary Crowley, “Queuing theory application in imaging service analysis for small Earth observation satellites”, *Acta Astronautica*, Vol. 62(10-11), 2008, pp. 623-631.

[4] Richard S. Sojda, John E. Cornely, and Leigh H. Fredrickson, “An Application of Queuing Theory to Waterfowl Migration”, *Proceedings of the 1st Biennial Meeting of the iEMSs*,Vol. 2, 2002, pp. 232-238.

[5] Bruno Baynat, *Théories des files d’attente*, Hermes Science, France, 2000.

[6] Gross Donald, Carl M. Harris, *Fundamentals of Queueing Theory*, Wiley, 1998.

[7] Andrei N. Kolmogorov, *Foundations of the Theory of Probability*, 1950.

[8] Gaylord, Richard J., Kamin, Samuel N., Wellin, Paul R: *An introduction to programming with Mathematica®*, Springer, 1993.

(BBT nhận bài: 09/01/2017, hoàn tất thủ tục phản biện: 27/02/2017)