PHƯƠNG PHÁP TIẾP CẬN MỚI GIẢI BÀI TOÁN RA QUYẾT ĐỊNH ĐA MỤC TIÊU VỚI TRƯỜNG HỢP KHÔNG ĐẦY ĐỦ THÔNG TIN VỀ CÁC TIÊU CHÍ

A NEW APPROACH TO SOLVING A MULTI-CRITERIA DECISION PROBLEM WITH PARTIAL INFORMATION ABOUT CRITERIA

Nguyễn Văn Hiệu
Trường Đại học Bách khoa, Đại học Đà Nẵng; Email: nvhieuqt@dut.udn.vn

Tóm tắt: Bài báo trình bày đề xuất một phương pháp tiếp cận mới giải bài toán ra quyết định đa mục tiêu sử dụng chiến lược maximin để kết hợp các tiêu chí và phương án trong trường hợp không đầy đủ thông tin. Dạng "yêu thích" của người ra quyết định được nghiên cứu và mô hình hóa để hạn chế khả năng của tập trọng số các tiêu chí. Dạng "yêu thích" tạo nên một tập bất phương trình tuyến tính, tập này được xem như là tập ràng buộc về trọng số của các tiêu chí. Một phương pháp mới được đề xuất để giải quyết hướng tiếp cận này. Một trường hợp đặc biệt của bài toán ra quyết định khi thiếu hoàn toàn thông tin về các tiêu chí được đề cập và giải quyết. Kết quả chính của bài báo được giải thích và minh họa qua ví dụ cụ thể.

Từ khóa: quyết định đa mục tiêu; lập trình tuyến tính; tập hợp lồi; trọng số; chiến lược Maximin

Abstract: A new approach to solving a multi-criteria decision making problem with partial information about criteria using the maximin strategy is proposed and studied in this paper. A type of decision maker "preferences" is studied and formalized for reducing a possible set of weights of criteria. "Preferences" are well known and produce a set of linear inequalities. This episode is seen as a constraints set for weights of criteria. A new algorithm is proposed for realizing the method. Some interesting cases of complete lack of information about weights are also considered in the paper. The main results of the paper are explained and illustrated by specific examples.

Key words: multi-criteria decision problem; linear programming; convex set; weights; maximin strategy

1. Giới thiệu

Phương pháp ra quyết định đa mục tiêu có nhiệm vụ rất quan trọng trong việc xử lý thông tin để đưa ra quyết định lựa chọn các phương án hành động tốt nhất, hợp lý nhất. Tuy nhiên, không một phương pháp nào có thể tổng quát tới mức tính đến tất cả các khía cạnh của bài toán thực tiễn, cũng như đánh giá được sự chính xác của các phương án hành động nào là hợp lý nhất. Trong bài toán ra quyết định vấn đề quan trọng được đặt ra là làm thế nào để mô hình được sự "yêu thích" của các chuyên gia và làm thế nào để phản ánh sự "yêu thích" vào "trọng số" của các tiêu chí. Một số phương pháp ra quyết định hiện tại giả định rằng "trọng số" là chính xác do đầy đủ thông tin. Tuy nhiên, các phương pháp ra quyết định này không thể sử dụng trong nhiều trường hợp vì thông tin tham số của bài toán thực tế thường không đầy đủ và không chính xác. Một trong những cách tiếp cận để giải quyết là xem xét việc khai thác ý kiến từ các chuyên gia để đánh giá, lựa chọn các phương án chính là khía cạnh khai phá tri thức trong vấn đề ra quyết định [3] và [13]. Park và Kim [9], Kim và Ahn [3] tiếp cận bằng cách mô hình hóa các dạng đánh giá khác nhau của tiêu chí. Sự đánh giá là tuyến tính nên tạo thành một tập lồi "trọng số" và vấn đề này cho phép sử dụng lập trình tuyến tính để tính toán và xếp hạng các phương án. Lưu ý rằng, mô hình này đề cập thông tin về sự "yêu thích", nhưng khá chung chung.

Vì vậy, bài báo được xác định bởi sự cần thiết phải nghiên cứu, thực hiện một phương pháp tiếp cận để giải bài toán ra quyết định đa mục tiêu trong trường hợp thông tin không đầy đủ.

2. Thông tin khởi tạo và tiêu chí

Giả sử rằng, có tập phương án $A = (A_1,\dots,A_n)$ được hình thành từ n phương án và tập tiêu chí $C = (C_1,\dots,C_r)$ được hình thành từ r tiêu chí. Cho $w = (w_1,\dots,w_r)$ là véctơ "trọng số" hoặc mức độ quan trọng của r tiêu chí, và yêu cầu véctơ thỏa mãn điều kiện:

$$\sum_{i=1}^{r} w_i = 1,\ \ w_i \ge 0,\ \ i=1,\dots,r. \qquad (1)$$

Theo Park và Kim [9], Kim và Ahn [3] các đánh giá mức độ "yêu thích" hoặc "quan trọng" của các tiêu chí có thể được xác định bởi các dạng sau:

1. Dạng yếu: $w_i \ge w_j$;
2. Dạng chặt chẽ: $w_i - w_j \ge \lambda_i$;
3. Dạng bội: $w_i \ge \lambda_i \cdot w_j$;
4. Dạng khoảng: $\lambda_i \le w_i \le \lambda_i + \varepsilon_i$;
5. Dạng phân biệt:

$$w_i - w_j \ge w_k - w_l, \forall i \ne j \ne k \ne l;$$

với $\lambda_i \ge 0, \varepsilon_i \ge 0$.

Các dạng đánh giá ở trên tương ứng với ràng buộc tuyến tính về trọng số các tiêu chí. Điều này có nghĩa, mỗi đánh giá (có thể nói đánh giá thứ k) của chuyên gia tạo nên một đa diện lồi r-chiều và được ký hiệu bởi W_k. Gọi W_0 là tập trọng số xác định bởi ràng buộc (1). Giả sử có một tập gồm N đánh giá của chuyên gia và thỏa mãn ràng buộc (1) sẽ tạo nên một tập lồi ký hiệu là W, $W=W_1 \cap W_2 \cap W_n \cap W_0$. Nói cách khác, mỗi điểm w thuộc W thỏa mãn đồng thời tất cả các đánh giá của chuyên gia và ràng buộc (1).

Phương án tổng hợp và xử lý thông tin không đầy đủ phụ thuộc rất lớn vào các tiêu chí ra quyết định. Phần lớn phương pháp tổng hợp và xử lý thực hiện bằng cách xây dựng hàm mục tiêu F từ các mục tiêu thành phần. Phương án tối ưu đạt được khi hàm mục tiêu F có giá trị lớn nhất. Hàm mục tiêu được xác định trên tập hữu hạn các phương án từ A có dạng:

$$F(\mathbf{w},\mathbf{u}_k) \to \max_{A}, \qquad (2)$$

với $\mathbf{u_k} = (u_{1k},\ldots,u_{rk})$ véctơ "trọng số" của phương án k ứng với mỗi tiêu chí từ C. F là hàm kết hợp tiêu chí và phương án. Do phương pháp tổng hợp và xử lý dùng chập tuyến tính có một số hạn chế [11]. Vì vậy, bài báo đề xuất phương pháp tổng hợp sử dụng chiến lược maximin:

$$F(\mathbf{w},\mathbf{u}_k) = \min_{i=1,\ldots,r}\left(w_i \cdot u_{ik}\right). \qquad (3)$$

Hiển nhiên, nếu chỉ biết được một phần thông tin về w, thì theo (3) cũng chỉ biết được một phần thông tin về hàm F. Giả sử véctơ w có giá trị thuộc tập W. Do tính chất lồi của tập W, nên dễ dàng chứng minh, hàm F thuộc một đoạn và có cận dưới là $F_1(k)$ và cận trên là $F_2(k)$ với:

$$F_1(k) = \inf_{w\in W} F(\mathbf{w},\mathbf{u}_k) \qquad (4)$$

$$F_2(k) = \sup_{w\in W} F(\mathbf{w},\mathbf{u}_k) \qquad (5)$$

Chọn phương án "tối ưu" có thể dựa vào việc so sánh các đoạn $[F_1(k), F_2(k)]$, với k = 1,…,n. Hiện nay, có nhiều phương pháp tiến hành so sánh. Trong bài báo sử dụng phương pháp phổ biến với sự trợ giúp của tham số $\eta \in [0,1]$ và phương án tối ưu được xác định khi hàm $\eta \cdot F_1(k) + (1-\eta)\cdot F_2(k)$ đạt giá trị lớn nhất [11].

3. Phương pháp giải bài toán

3.1. Bài toán thứ nhất

Giải bài toán tối ưu sau:

$$F_1(k) = \inf_{w\in W} \min_{j=1,\ldots,r} \mathbf{w_j}\cdot \mathbf{u}_{jk} \qquad (6)$$

Định lý 1: Giả sử tập W_G được hình thành bởi các ràng buộc $w \in W$ và các ràng buộc của biến G:

$$G = w_i \cdot u_{ik},$$

$$G \le w_j \cdot u_{jk},\ j = 1,\ldots,r,\ j \ne i.$$

Nếu tập W_G có M điểm biên và ký hiệu $(w_1^{(i)},\ldots,w_r^{(i)},G^{(i)}), i = 1,\ldots,M$, thì giá trị cực $F_1(k)$ của bài toán (6) được tính:

$$F_1(k) = \min_{i=1,\ldots,M}\ \min_{j=1,\ldots,r}(\mathbf{w}_j^{(i)}\cdot \mathbf{u}_{jk}). \qquad (7)$$

Chứng minh: định lý đã được chứng minh trong [11].

Hệ quả 1: cho $u_{jk} \ge 0$ với mọi j =1,...,r. Nếu tồn tại một thành phần điểm biên của tập W_G bằng 0, thì $F_1(k) = 0$.

Chứng minh: dễ dàng suy ra một cách trực tiếp từ (7).

3.2. Bài toán thứ hai

Giải bài toán tối ưu sau:

$$F_2(k) = \sup_{w\in W} \min_{j=1,\ldots,r} \mathbf{w_j}\cdot \mathbf{u}_{jk} \qquad (8)$$

Định lý 2: Giá trị tối ưu $F_2(k)$ trong bài toán (8), trùng với giá trị tối ưu $F_2(k)$ trong bài toán:

$$F_2(k) = \sup_{w\in W} G, \qquad (9)$$

$$G \le w_j \cdot u_{jk},\ j = 1,\ldots,r.$$

Chứng minh: Việc chứng minh dễ ràng suy ra nếu đặt biến mới là $G = \min_{j=1,\ldots,r} \mathbf{w_j}\cdot \mathbf{u}_{jk}$.

Khi đó, bài toán phi tuyến tính (8) trở thành bài toán tuyến tính (9) và có r+1 biến.

Ví dụ 1: Nghiên cứu bài toán chọn trang web tốt nhất cho quảng cáo trực tuyến. Danh sách các tiêu chí và sự mô tả các tiêu chí được đề cập trong tài liệu [7]. Để đơn giản, trong bài báo chỉ sử dụng ba tiêu chí: tiêu chí thứ nhất tốc độ truy cập (C_1); tiêu chí thứ hai – chi phí đặt băng rôn quảng cáo lên đầu trang chính (C_2); tiêu chí thứ ba – chất lượng nội dung (C_3) được xác định bởi sự đa dạng và độ tin cậy thông tin đăng trên web đó.

Bốn website được đưa vào phân tích và đánh giá để chọn một website tốt nhất cho quảng cáo trực tuyến. Tỉ lệ đánh giá các trang web ứng với tất cả các tiêu chí được cho trong Bảng 1:

***Bảng 1.** Kết quả khảo sát từ các chuyên gia*

	C_1	C_2	C_3
Site 1	5	3	2
Site 2	2	1	4
Site 2	3	5	3
Site 4	1	2	5

Được biết tiêu chí về tốc độ truy cập quan trọng hơn tiêu chí về chất lượng nội dung, nhưng mức độ quan trọng không vượt quá hai lần. Sự đánh giá này được công thức hóa bởi $w_1 \ge w_3$ và $w_1 \le 2w_3$. Tương tự, có tiêu chí chi phí là quan trọng, nhưng không quan trọng nhất [7]. Sự đánh giá này được công thức hóa $0{,}5 \le w_1 \le 0{,}75$.

Để tính $F_1(k)$, với k =1,…,4, cần đi tìm các điểm biên của tập các ràng buộc:

$$\begin{cases} w_1 \ge w_3, \\ w_1 \le 2\cdot w_3, \\ w_2 \ge 0.5, \\ w_2 \le 0.75, \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1. \end{cases}$$

Có 4 điểm biên thu được từ tập ràng buộc trên:

$$\left(\tfrac{1}{6},\tfrac{3}{4},\tfrac{1}{12}\right),\left(\tfrac{1}{8},\tfrac{3}{4},\tfrac{1}{8}\right),\left(\tfrac{1}{4},\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{4}\right),\left(\tfrac{1}{3},\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{6}\right).$$

Ngoài 4 điểm biên trên có thêm điểm biên khác thu được từ việc xác định ràng buộc G. Điểm biên này được xác định bằng cách giải hệ phương trình sau:

$$G = w_i \cdot u_{ik},\ i = 1,2,3,$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

Nếu k =1, thì hệ phương trình:

$$\begin{cases} G = w_1 \cdot 5, \\ G = w_2 \cdot 3, \\ G = w_3 \cdot 2, \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1. \end{cases}$$

Đến đây chúng ta có được 5 điểm biên:

$$\left(\frac{6}{31}, \frac{10}{31}, \frac{15}{31}\right)$$

Tương tự, có thể tìm điểm biên với k =2, 3, 4.

$$\left(\frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{1}{7}\right), \left(\frac{5}{13}, \frac{3}{13}, \frac{5}{13}\right), \left(\frac{10}{17}, \frac{5}{17}, \frac{2}{17}\right).$$

Với tập các điểm biên và sử dụng Bảng 1, cần tính $F_1(k)$. Ví dụ khi k =1, đi tính $F_1(1)$.

$$F_1(1) = \min\{\min(\frac{1}{6}\cdot 5, \frac{3}{4}\cdot 3, \frac{1}{12}\cdot 2),$$

$$\min(\frac{1}{8}\cdot 5, \frac{3}{4}\cdot 3, \frac{1}{8}\cdot 2), \min(\frac{1}{4}\cdot 5, \frac{1}{2}\cdot 3, \frac{1}{4}\cdot 2),$$ Theo

$$\min(\frac{6}{31}\cdot 5, \frac{1}{2}\cdot 3, \frac{1}{6}\cdot 2), \min(\frac{1}{3}\cdot 5, \frac{1}{2}\cdot 3, \frac{1}{6}\cdot 2)\}$$

$$= \frac{1}{6}.$$

cách tính tượng tự, thu được $F_1(k)$, với k =2, 3, 4 như sau:

$$F_1(2) = \frac{1}{4}, F_1(3) = \frac{1}{4}, F_1(4) = \frac{1}{8}.$$

Để tính $F_2(k)$, với k =1,…,4, chúng ta cần đi giải bài toán tuyến tính (9). Ví dụ $F_2(1)$ được tính như sau:

$$F_2(1) = \sup_{w} G,$$

Với tập ràng buộc của (8) và các ràng buộc

$$\begin{cases} G \le w_1 \cdot 5, \\ G \le w_2 \cdot 3, \\ G \le w_3 \cdot 2 \end{cases} \quad (10)$$

Suy ra, $F_2(1) = \frac{1}{2}$. Tương tự sẽ tính được $F_2(2) = \frac{4}{7}, F_2(3) = \frac{3}{4}, F_2(4) = \frac{1}{3}.$

Kết quả, có 4 đoạn được hình thành:

$$\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right], \left[\frac{1}{4}, \frac{4}{7}\right], \left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right], \left[\frac{1}{8}, \frac{1}{3}\right].$$

Do đó, chúng ta thấy web site 3 là phương án tối ưu, được lựa chọn để đăng quảng cáo trực tuyến. Với $\eta = 0.4$ có thể xếp hạng 4 web site theo thứ tự: $3 \succ 2 \succ 1 \succ 4$.

3.3. Trường hợp đặc biệt

Khi cần phải lựa chọn một phương án nhưng hoàn toàn không có thông tin về các tiêu chí, thì tập W được xây dựng chỉ một ràng buộc $\sum_{i=1}^{r} w_i = 1$ và có các điểm biên là: (1,0,...,0), (0,1,...,0), (0,0,...,1).

Tập W_G chứa các điểm biên $(w_1^{(i)},..., w_r^{(i)}, G^{(i)})$, có dạng: (1,0,...,0,0), (0,1,...,0,0), (0,0,...,1,0).

Do đó, $F_1(k)$=0, và trong trường hợp này phương án "tối ưu"chỉ phụ thuộc vào giá trị $F_2(k)$.

Bây giờ, cùng nghiên cứu cách xác định $F_2(k)$. Điểm biên $(w_1^{(i)},..., w_r^{(i)}, G^{(i)})$, của tập ràng buộc (7) có dạng (0,…,1,0,…,0), ngoại trừ một điểm có thể tìm kiếm từ hệ thống phương trình sau:

$$G = w_i \cdot u_{ik}, i = 1,...,r,$$

$$\sum_{j=1}^{r} w_j = 1, i = 1,...,r : w_j \ge 0.$$

Có thể thực hiện khai triển các biến w_2,…w_r qua w_1:

$$w_2 = w_1 \cdot \frac{u_{1k}}{u_{2k}},$$

$$w_3 = w_1 \cdot \frac{u_{1k}}{u_{3k}},..., w_r = w_1 \cdot \frac{u_{1k}}{u_{rk}}.$$

Khi đó có thể viết:

$$w_1 + w_1 \cdot \frac{u_{1k}}{u_{2k}} +,...,+ w_1 \cdot \frac{u_{1k}}{u_{rk}} = 1.$$

Suy ra: $w_1 = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{r} \frac{u_{1k}}{u_{ik}}}.$

Khi đó,

$$G = w_1 \cdot u_{1k} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{r} \frac{u_{1k}}{u_{ik}}} \cdot u_{1k} = \left(\sum_{i=1}^{r} \frac{1}{u_{ik}}\right)^{-1}.$$

Hoặc $F_2(k) = \left(\sum_{i=1}^{r} \frac{1}{u_{ik}}\right)^{-1}.$

Đây là kết quả rất thú vị. Khi không có hoàn toàn thông tin về các tiêu chí, thì phương án "tối ưu" tương ứng với giá trị bình quân điều hòa lớn nhất của các phương án.

Ví dụ 2: Quay trở lại xét ví dụ 1, khi chúng ta thiếu hoàn toàn thông tin về các tiêu chí. Thì:

$$F_2(1) = (\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2})^{-1} = \frac{30}{31},$$

$$F_2(2) = \frac{4}{7}, F_2(3) = \frac{15}{13}, F_2(4) = \frac{10}{17}.$$

Từ kết quả thu được cho thấy web site 3 được chọn là phương án tối ưu. Dễ dàng xếp hạng các phương án lựa chọn trang web cho quảng cáo như sau:

$$3 \succ 1 \succ 4 \succ 2.$$

4. Kết luận

Một phương pháp tiếp cận giải bài toán ra quyết định đa mục tiêu đã được đề xuất trong bài báo. Bài toán đặt ra có hai nội dung chính: Nội dung thứ nhất, sử dụng chiến lược maximin phi tuyến tính để tổng hợp các tiêu chí và phương án; nội dung thứ hai, thông tin trọng số của các tiêu chí là cục bộ, và thông tin này hình thành một tập trọng số, sao cho giá trị chặn dưới và giá trị chặn trên của hàm mục tiêu được tính và sử dụng giá trị đó để xếp hạng các phương án. Đặc biệt trong bài báo đã đề xuất cách giải bài toán tối ưu phi tuyến tính bằng tập hữu hạn bài toán tối ưu tuyến tính mà việc giải bài toán tuyến tính không có gì là khó khăn (ví dụ như phương pháp đơn hình). Một trường hợp thú vị, khi thiếu hoàn toàn thông tin trọng số về các tiêu chí đã được xem xét trong bài báo. Trường hợp này đã xây dựng nên một kết luận: "phương án tối ưu chính là giá trị lớn nhất của hàm bình quân điều hòa của các phương án". Cần chú ý rằng, phương pháp đề xuất trong bài báo chính là sự định hướng cho việc giải quyết bài toán ra quyết định đa mục tiêu khi có sự bổ sung thông tin đánh giá từ các chuyên gia.

Tài liệu tham khảo

[1] J.M. Danskin, The theory of max-min with applications, *SIAM J Appl Math*, 14:641-664, 1966.

[2] S. Ferson, V. Kreinovich, L. Ginzburg, D.S. Myers, and K. Sentz, Constructing probability boxes and Dempster-Shafer structures, Report SAND2002-4015, Sandia National Laboratories, January 2003.

[3] S.H. Kim and B.S. Ahn, Interactive group decision making procedure under incomplete information, *European Journal of Operational Research*, 116:498U507, 1999.

[4] I. Linkov, A. Varghese, S. Jamil, T.P. Seager, G. Kiker, and T. Bridges, Multi-criteria decision analysis: a framework for structuring remedial decisions at contaminated sites, In I. Linkov and A. Ramadan, editors, *Comparative Risk Assessment and Environmental Decision Making*, pages 15-54. Kluwer, 2004.

[5] R.D. Luce and H. Raiffa, Games and decisions, Wiley, New York, 1957.

[6] J. Mustajoki, R.P. Hamalainen, and M.R.K. Lindstedt, Using intervals for global sensitivity and worst-case analyses in multiattribute value trees, *European Journal of Operational Research*, 174(1):278-292, 2006.

[7] E.W.T. Ngai, Selection of web sites for online advertising using the AHP, *Information and Management*, 40(4):233-242, 2003.

[8] G. Shafer, *A Mathematical Theory of Evidence*, Princeton University Press, 1976.

[9] K.S. Park and S.H. Kim, Tools for interactive multi-attribute decision making with incompletely identified information, *European Journal of Operational Research*, 98:111U123, 1997.

[10] P. Walley, Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities, Chapman and Hall, London,1991.

[11] J.-B. Yang. Minimax reference point approach and its application for multiobjective optimisation, *European Journal of Operational Research*, 126:541-556, 2000.

[12] Nguyen Van Hieu, Lev V. Utkin, Dang Duy Thang, A pessimistic approach for solving a multi-criteria decision making, *Proceeding of the Fourth International Conference on Knowledge and Systems Engineering (KSE 2012)*, No: 4. Pages: 121-127. Year 2012.

[13] T. Tervonen, R. Lahdelma, and P. Salminen, A method for elicitating and combining group preferences for stochastic multicriteria acceptability analysis, TUCS Technical Report 638, *Turku Centre for Computer Science,* Turku, Finland, November 2004.

(BBT nhận bài: 22/10/2013, phản biện xong: 06/11/2013)