

TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA ÁNH XẠ NGHIỆM CHO BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG VÉCTƠ MẠNH PHỤ THUỘC THAM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ON THE STABILITY OF SOLUTION MAPPINGS FOR PARAMETRIC STRONG VECTOR QUASI-EQUILIBRIUM PROBLEMS AND APPLICATION

Phan Thanh Kiều, Nguyễn Văn Hưng

Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông TP. Hồ Chí Minh, Việt Nam;

ptkieu@ptithcm.edu.vn, nvhung@ptithcm.edu.vn

Tóm tắt - Trong bài báo này, đầu tiên chúng tôi nhắc lại bài toán tựa cân bằng véctơ mạnh phụ thuộc tham số. Sau đó, thiết lập các điều kiện đủ cho tính chất ổn định nghiệm như tính nửa liên tục trên, tính nửa liên tục trên Hausdorff, tính đóng, tính nửa liên tục dưới, tính nửa liên tục dưới Hausdorff và tính liên tục Hausdorff cho ánh xạ nghiệm của bài toán này. Trong phần ứng dụng, chúng tôi cũng nhận được các kết quả về tính chất ổn định nghiệm như tính nửa liên tục trên Hausdorff, tính đóng, tính nửa liên tục dưới Hausdorff và tính liên tục Hausdorff của các nghiệm cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân véctơ mạnh phụ thuộc tham số. Kết quả nhận được trong bài báo này là mới và hoàn toàn khác với các kết quả đã tồn tại trong tài liệu tham khảo.

Từ khóa - Bài toán tựa cân bằng; bài toán tựa bất đẳng thức biến phân; tính nửa liên tục trên Hausdorff; tính đóng; tính nửa liên tục dưới Hausdorff; tính liên tục Hausdorff

1. Giới thiệu

Bài toán cân bằng lần đầu được giới thiệu trong năm 1994 bởi Blum và Oettli [1]. Mô hình này là tổng quát nhất của bài toán liên quan đến tối ưu như: Bài toán điểm trùng, bài toán mạng giao thông, bài toán cân bằng Nash,... Trong những thập kỷ gần đây, đã có nhiều nhà khoa học nghiên cứu về các chủ đề khác nhau cho bài toán cân bằng véctơ và các bài toán liên quan đến tối ưu, (xem [2-8] và các tài liệu tham khảo ở trong đó).

Mặt khác, tính chất ổn định nghiệm của bài toán liên quan đến tối ưu bao gồm tính nửa liên tục, liên tục và liên tục Lipschitz là một trong những chủ đề quan trọng trong lý thuyết tối ưu và ứng dụng của nó. Gần đây, Anh và Hưng [2] đã giới thiệu và nghiên cứu bài toán tựa cân bằng véctơ mạnh và bài toán bất đẳng thức tựa biến phân véctơ mạnh phụ thuộc tham số, sau đó các tác giả nghiên cứu tính ổn định của nghiệm cho các bài toán này bởi sử dụng hàm đánh giá trên cơ sở hàm vô hướng hóa. Tuy nhiên, mô hình này vẫn là một chủ đề thú vị và đang thu hút được nhiều nhà khoa học quan tâm nghiên cứu. Xuất phát từ động cơ nghiên cứu ở trên, trong bài báo này nhóm tác giả tiếp tục nghiên cứu bài toán tựa cân bằng véctơ mạnh và bài toán bất đẳng thức tựa biến phân véctơ mạnh phụ thuộc tham số. Sau đó, thiết lập các điều kiện đủ cho tính nửa liên tục trên, nửa liên tục dưới Hausdorff, tính đóng, nửa liên tục dưới Hausdorff và tính liên tục Hausdorff của ánh xạ nghiệm cho các bài toán này. Các kết quả nhận được của bài báo này là mới và khác với các kết quả đã tồn tại trước đó.

2. Mô hình bài toán và kiến thức chuẩn bị

Cho X, Y, Z và P là các không gian véctơ tôpô Hausdorff, A, B và Γ là các tập con lồi khác rỗng của X ,

Abstract - In this article, we revisit parametric strong vector quasi-equilibrium problems. Afterwards, we establish the sufficient conditions for stability properties such as upper semi-continuity, Hausdorff upper semi-continuity, closedness, lower semi-continuity, Hausdorff lower semi-continuity and Hausdorff continuity for solution mappings for these problems. As regards application, we also obtain results on stability such as Hausdorff upper semi-continuity, closedness, Hausdorff lower semi-continuity, and Hausdorff continuity of solutions for the parametric strong vector quasi-variational inequality problems. The results presented in the article are novel and completely different from existing ones in the related literature.

Key words - Quasi-equilibrium problem; quasi-variational inequality problem; Hausdorff upper semi-continuity; closedness; Hausdorff lower semi-continuity; Hausdorff continuity

Y và P tương ứng và $C \subset Z$ là các nón lồi đóng có đỉnh. Lấy $K: A \times \Gamma \rightrightarrows A$ và $T: A \times \Gamma \rightrightarrows B$ là hai hàm đa trị, $f: A \times B \times A \times \Gamma \rightarrow Z$ là hàm véctơ. Với mỗi $\gamma \in \Gamma$, chúng ta xét bài toán tựa cân bằng véctơ mạnh phụ thuộc tham số sau đây:

(SQEP) Tìm $x \in K(x, \gamma)$ sao cho tồn tại $t \in T(x, \gamma)$ thỏa mãn: $f(x, t, y, \gamma) \in C, \forall y \in K(x, \gamma)$.

Với mỗi $\gamma \in \Gamma$, lấy: $E(\gamma) = \{x \in A: x \in K(x, \gamma)\}$ và chúng ta ký hiệu tập nghiệm của (SQEP) bởi $S(\gamma)$.

Định nghĩa 2.1 (xem [9]) Cho X, Y là các không gian véctơ tôpô và $G: X \rightarrow Y$ là một ánh xạ đa trị, $x_0 \in X$ là một điểm cho trước.

(i) G được gọi là nửa liên tục dưới (lsc) tại x_0 nếu $G(x_0) \cap U \neq \emptyset$ với một tập mở $U \subseteq Y$ thì sẽ tồn tại một lân cận N của x_0 sao cho $G(x) \cap U \neq \emptyset, \forall x \in N$.

(ii) G được gọi là nửa liên tục trên (usc) tại x_0 nếu với mọi tập mở $U \supseteq G(x_0)$ thì tồn tại một lân cận N của x_0 sao cho $U \supseteq G(x), \forall x \in N$.

(iii) G được gọi là nửa liên tục dưới Hausdorff (H-lsc) tại x_0 nếu với mỗi lân cận B của gốc trong Y , thì tồn tại một lân cận N của x_0 sao cho $F(x_0) \subseteq F(x) + B, \forall x \in N$.

(iv) G được gọi là nửa liên tục trên Hausdorff (H-usc) tại x_0 nếu với mỗi lân cận B của gốc trong Y ,

thì tồn tại một lân cận N của x_0 sao cho $F(x) \subseteq F(x_0) + B, \forall x \in N$.

(v) G được gọi là liên tục (liên tục Hausdorff) tại x_0 nếu nó vừa nửa liên tục dưới (H-lsc), vừa nửa liên tục trên (H-usc) tại x_0 .

(vi) G được gọi là đóng tại $x_0 \in \text{dom } G$ nếu với mọi lưới $\{x_\alpha\}$ trong X hội tụ về x_0 và $\{y_\alpha\}$ trong Y hội tụ về y_0 sao cho $y_\alpha \in G(x_\alpha)$, thì ta có $y_0 \in G(x_0)$.

Nếu $A \subset X$, thì G được gọi là lsc (usc, H-usc, H-lsc, liên tục, liên tục Hausdorff, đóng) trên A nếu G là lsc (usc, H-usc, H-lsc, liên tục, liên tục Hausdorff, đóng) tại mọi $x \in \text{dom } G \cap A$. Nếu $X \equiv A$ thì ta bỏ cụm từ “trên A ” trong các phát biểu.

Mệnh đề 2.2. (xem [9]) *Giả sử X, Y là các không gian vectơ tôpô và $G: X \rightarrow Y$ là một ánh xạ đa trị, $x_0 \in X$ là một điểm cho trước.*

(i) *Nếu G là usc tại x_0 và $G(x_0)$ đóng, thì G là đóng tại x_0 .*

(ii) *Nếu G là usc tại x_0 , thì G là H-usc tại x_0 . Ngược lại, nếu G là H-usc tại x_0 và $G(x_0)$ là compact, thì G là usc tại x_0 .*

(iii) *Nếu G là H-lsc tại x_0 , thì G là lsc tại x_0 . Ngược lại, nếu G là lsc tại x_0 và $G(x_0)$ là compact, thì G là H-lsc tại x_0 .*

(iv) *Nếu G nhận các giá trị compact, thì G là usc tại x_0 nếu và chỉ nếu với mọi lưới $\{x_\alpha\} \subset X$ mà hội tụ về x_0 và với mọi lưới $\{y_\alpha\} \subset G(x_\alpha)$, thì tồn tại $y \in G(x_0)$ và một lưới con $\{y_\beta\}$ của $\{y_\alpha\}$ sao cho $y_\beta \rightarrow y$.*

3. Các kết quả chính

Trong mục này, nhóm tác giả nghiên cứu tính nửa liên tục trên, tính nửa liên tục trên Hausdorff, tính đóng, tính nửa liên tục dưới Hausdorff và tính liên tục Hausdorff của ánh xạ nghiệm cho bài toán tựa cân bằng vectơ mạnh phụ thuộc tham số.

Đầu tiên ta sẽ nghiên cứu tính nửa liên tục trên, tính nửa liên tục trên Hausdorff và tính đóng.

Định lý 3.1. *Cho X, Y, Z và P là các không gian vectơ tôpô Hausdorff A, B và Γ là các tập con lồi khác rỗng của X, Y và P tương ứng và $C \subset Z$ là các nón lồi đóng có đỉnh với phần trong khác rỗng. Lấy $K: A \times \Gamma \rightrightarrows A$ và $T: A \times \Gamma \rightrightarrows B$ là hai ánh xạ đa trị, $f: A \times B \times A \times \Gamma \rightarrow Z$ là hàm vectơ. Giả sử rằng Γ là compact và các điều kiện sau đây xác định:*

i) E là nửa liên tục trên với giá trị compact và K là nửa liên tục dưới;

ii) $\forall x_0 \in K(x_0, \gamma_0), (x_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \rightarrow (x_0, y_0, \gamma_0)$ và $f(x_0, t_0, y_0, \gamma_0) \notin C$ với mọi $t_0 \in T(x_0, \gamma_0)$ và một số $y_0 \in K(x_0, \gamma_0)$ suy ra rằng tồn tại α sao cho

$f(x_\alpha, t_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \notin C$ với mọi $t_\alpha \in T(x_\alpha, \gamma_\alpha)$ và một số $y_\alpha \in K(x_\alpha, \gamma_\alpha)$.

Khi đó S là nửa liên tục trên Hausdorff trên Γ . Hơn nữa, $S(\gamma_0)$ là tập compact và S là đóng trên Γ .

Chứng minh. Đầu tiên ta chứng minh S là nửa liên tục trên. Giả sử ngược lại rằng, ánh xạ nghiệm S không nửa liên tục trên tại γ_0 . Khi đó, tồn tại một tập mở U sao cho $S(\gamma_0) \subset U$, và lưới $\{\gamma_\alpha\} \subset \Gamma$ và $x_\alpha \in S(\gamma_\alpha)$ sao cho $\gamma_\alpha \rightarrow \gamma_0$ và $x_\alpha \notin U$ với mọi α . Từ tính compact của Γ , ta có thể giả sử rằng $\gamma_\alpha \rightarrow \gamma_0$ với $\gamma_0 \in \Gamma$. Vì $x_\alpha \in E(\gamma_\alpha)$ và E là nửa liên tục trên với giá trị compact, ta giả sử rằng $x_\alpha \rightarrow x_0 \in E(\gamma_0)$. Vì $x_\alpha \in S(\gamma_\alpha)$ với mọi α , ta có

$$f(x_\alpha, t_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \in C \quad (1)$$

Bây giờ ta chứng tỏ $x_0 \in S(\gamma_0)$. Nếu $x_0 \notin S(\gamma_0)$, khi đó với mọi $t_0 \in T(x_0, \gamma_0)$ tồn tại $y_0 \in K(x_0, \gamma_0)$ sao cho

$$f(x_0, t_0, y_0, \gamma_0) \notin C$$

Vì K là nửa liên tục dưới tại (x_0, γ_0) , tồn tại $y_\alpha \in K(x_\alpha, \gamma_\alpha)$ sao cho $y_\alpha \rightarrow y_0$. Từ $(x_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \rightarrow (x_0, y_0, \gamma_0)$ và điều kiện (ii), tồn tại α , sao cho $f(x_\alpha, t_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \notin C$, điều này mâu thuẫn với (1). Vì vậy $x_0 \in S(\gamma_0)$, điều này lại mâu thuẫn vì $x_\alpha \notin U$ với mọi α . Do đó, S là nửa liên tục trên trên Γ . Từ Mệnh đề 2.2(ii), ta có S là nửa liên tục trên Hausdorff trên Γ .

Bây giờ ta chứng tỏ $S(\gamma_0)$ là compact. Đầu tiên ta sẽ kiểm tra $S(\gamma_0)$ là tập đóng. Điều này có thể thấy rõ ràng, là nếu $S(\gamma_0)$ không đóng, thì sẽ tồn tại một lưới $\{x_\alpha\} \subset S(\gamma_0)$ sao cho $x_\alpha \rightarrow x_0$ nhưng $x_0 \notin S(\gamma_0)$. Với lý luận tương tự như trên ta sẽ chứng tỏ được $S(\gamma_0)$ là tập đóng. Hơn nữa, vì $S(\gamma_0) \subset E(\gamma_0)$ và $E(\gamma_0)$ là tập compact nên $S(\gamma_0)$ cũng là tập compact. Từ đây, áp dụng Mệnh đề 2.2 (i), ta có S là đóng tại γ_0 . Vì S đóng tại mọi điểm trong Γ . Vì vậy, S đóng trên Γ . $\square$

Tiếp theo, chúng ta thiết lập tính nửa liên tục dưới Hausdorff và tính liên tục Hausdorff của ánh xạ nghiệm cho bài toán tựa cân bằng vectơ mạnh phụ thuộc tham số.

Định lý 3.2. *Cho X, Y, Z và P là các không gian vectơ tôpô Hausdorff A, B và Γ là các tập con lồi khác rỗng của X, Y và P tương ứng, $C \subset Z$ là các nón lồi đóng có đỉnh với phần trong khác rỗng. Lấy $K: A \times \Gamma \rightrightarrows A$ và $T: A \times \Gamma \rightrightarrows B$ là hai ánh xạ đa trị, $f: A \times B \times A \times \Gamma \rightarrow Z$ là hàm vectơ. Giả sử rằng tất cả các giả thiết trong Định lý 3.1 thỏa mãn và bổ sung thêm các điều kiện sau đây:*

iii) E là nửa liên tục dưới;

iv) $\forall x_0 \in K(x_0, \gamma_0), (x_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \rightarrow (x_0, y_0, \gamma_0)$ và tồn tại $t_0 \in T(x_0, \gamma_0)$ sao cho $f(x_0, t_0, y_0, \gamma_0) \in C$ với mọi $y_0 \in K(x_0, \gamma_0)$, suy ra rằng tồn tại α sao cho tồn tại $t_\alpha \in T(x_\alpha, \gamma_\alpha)$ sao cho $f(x_\alpha, t_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \in C$ với mọi $y_\alpha \in K(x_\alpha, \gamma_\alpha)$.

Khi đó S là liên tục Hausdorff trên Γ .

Chứng minh. Đầu tiên ta chứng minh S là nửa liên tục dưới trên Γ . Giả sử ngược lại rằng ánh xạ nghiệm S không nửa liên tục trên tại γ_0 . Khi đó, tồn tại một lưới $\{\gamma_\alpha\} \subset \Gamma$ sao cho $\gamma_\alpha \rightarrow \gamma_0$ và $x_0 \in E(\gamma_0)$ với mọi lưới $x_\alpha \in S(\gamma_\alpha)$, x_α không hội tụ về x_0 . Vì E nửa liên tục dưới tại γ_0 , $\gamma_\alpha \rightarrow \gamma_0$ và $x_0 \in E(\gamma_0)$ nên tồn tại $x_\alpha^* \in E(\gamma_\alpha)$ sao cho $x_\alpha^* \rightarrow x_0$. Từ sự mâu thuẫn ở trên, không mất tính tổng quát, nếu $x_\alpha^* \notin S(\gamma_\alpha)$, khi đó với mọi $t_\alpha^* \in T(x_\alpha^*, \gamma_\alpha)$ tồn tại $y_\alpha^* \in K(x_\alpha^*, \gamma_\alpha)$ sao cho:

$$f(x_\alpha^*, t_\alpha^*, y_\alpha^*, \gamma_\alpha) \notin C \quad (2)$$

Vì $x_0 \in S(\gamma_0)$ nên tồn tại $t_0 \in T(x_0, \gamma_0)$ với mọi $y_0 \in K(x_0, \gamma_0)$ sao cho

$$f(x_0, t_0, y_0, \gamma_0) \in C.$$

Do $(x_\alpha^*, y_\alpha^*, \gamma_\alpha) \rightarrow (x_0, y_0, \gamma_0)$ kết hợp với giả thiết (iv), tồn tại α sao cho tồn tại $t_\alpha \in T(x_\alpha, \gamma_\alpha)$ sao cho

$$f(x_\alpha, t_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \in C, \quad \forall y_\alpha \in K(x_\alpha, \gamma_\alpha),$$

điều này mâu thuẫn với (2). Vì vậy, S là nửa liên tục dưới trên Γ .

Bây giờ, chúng ta sẽ chứng minh S là nửa liên tục dưới Hausdorff trên Γ . Từ chứng minh của Định lý 3.1 rằng $S(\gamma_0)$ là tập compact. Từ Mệnh đề 2.2 (iii), ta có S là nửa liên tục dưới Hausdorff trên Γ . Vì vậy, S là liên tục Hausdorff trên Γ .

4. Ứng dụng cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân

Vì bài toán tựa cân bằng chứa nhiều bài toán liên quan đến tối ưu như: Bài toán bất đẳng thức tựa biến phân, bài toán tối ưu, bài toán điểm bất động, ... Trong mục này nhóm tác giả chỉ nghiên cứu cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân như là một ví dụ. Đầu tiên, nhóm tác giả nhắc lại bài toán bất đẳng thức tựa biến phân đã được nghiên cứu trong Anh và Hưng [2].

Lấy $X, Y, Z, P, A, B, C, \Gamma, K, T$ như trong Mục 2, và $L(X, Y)$ là không gian các toán tử tuyến tính từ X vào Y và $g: A \times \Gamma \rightarrow A$ là hàm vectơ, $\langle t, x \rangle$ biểu thị giá trị tuyến tính $t \in L(X, Y)$ tại $x \in X$. Với mỗi $\gamma \in \Gamma$, chúng ta xét bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ mạnh phụ thuộc tham số sau đây:

(SQVI) Tìm $x \in K(x, \gamma)$ sao cho tồn tại $t \in T(x, \gamma)$ thỏa mãn

$$\langle t, y - g(x, \gamma) \rangle \in C, \quad \forall y \in K(x, \gamma).$$

Với mỗi $\gamma \in \Gamma$, chúng ta ký hiệu tập nghiệm của (SQVI) bởi $\Psi(\gamma)$.

Đầu tiên, chúng ta nghiên cứu tính nửa liên tục trên Hausdorff và tính đóng của ánh xạ nghiệm cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ mạnh phụ thuộc tham số.

Định lý 4.1. Cho X, Y, Z và P là các không gian vectơ tôpô Hausdorff A, B và Γ là các tập con lồi khác rỗng của X, Y và P tương ứng và $C \subset Z$ là các nón lồi đóng có đỉnh với phần trong khác rỗng, $L(X, Y)$ là không gian các toán tử tuyến tính từ X vào Y . Lấy $K: A \times \Gamma \rightrightarrows A$ và $T: A \times \Gamma \rightrightarrows B$ là hai ánh xạ đa trị và $g: A \times \Gamma \rightarrow A$ là hàm vectơ, $\langle t, x \rangle$ biểu thị giá trị tuyến tính $t \in L(X, Y)$ tại $x \in X$. Giả sử rằng Γ là compact và các điều kiện sau đây xác định:

i) E là nửa liên tục trên với giá trị compact và K là nửa liên tục dưới;

ii) $\forall x_0 \in K(x_0, \gamma_0), (x_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \rightarrow (x_0, y_0, \gamma_0)$ và $\langle t_0, y_0 - g(x_0, \gamma_0) \rangle \notin C$ với mọi $t_0 \in T(x_0, \gamma_0)$ và một số $y_0 \in K(x_0, \gamma_0)$ suy ra rằng tồn tại α sao cho $\langle t_\alpha, y_\alpha - g(x_\alpha, \gamma_\alpha) \rangle \notin C$ với mọi $t_\alpha \in T(x_\alpha, \gamma_\alpha)$ và một số $y_\alpha \in K(x_\alpha, \gamma_\alpha)$.

Khi đó Ψ là nửa liên tục trên Hausdorff trên Γ . Hơn nữa, $\Psi(\gamma_0)$ là tập compact và Ψ là đóng trên Γ .

Chứng minh.

Đặt $f(x, t, y, \gamma) = \langle t, y - g(x, \gamma) \rangle$, khi đó bài toán tựa cân bằng vectơ mạnh phụ thuộc tham số trở thành bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ mạnh phụ thuộc tham số. Ta thấy rằng tất cả các giả thiết của Định lý 3.1 thỏa mãn. Vì vậy, áp dụng Định lý 3.1 ta có điều phải chứng minh.

Áp dụng Định lý 3.2, chúng ta cũng nhận được định lý sau.

Định lý 4.2. Cho X, Y, Z và P là các không gian vectơ tôpô Hausdorff A, B và Γ là các tập con lồi khác rỗng của X, Y và P tương ứng và $C \subset Z$ là các nón lồi đóng có đỉnh với phần trong khác rỗng, $L(X, Y)$ là không gian các toán tử tuyến tính từ X vào Y . Lấy $K: A \times \Gamma \rightrightarrows A$ và $T: A \times \Gamma \rightrightarrows B$ là hai ánh xạ đa trị và $g: A \times \Gamma \rightarrow A$ là hàm vectơ, $\langle t, x \rangle$ biểu thị giá trị tuyến tính $t \in L(X, Y)$ tại $x \in X$. Giả sử rằng tất cả các giả thiết trong Định lý 4.1 thỏa mãn và bổ sung thêm các điều kiện sau đây:

iii) E là nửa liên tục dưới;

iv) $\forall x_0 \in K(x_0, \gamma_0), (x_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \rightarrow (x_0, y_0, \gamma_0)$ và tồn tại $t_0 \in T(x_0, \gamma_0)$ sao cho $\langle t_0, y_0 - g(x_0, \gamma_0) \rangle \in C$ với mọi

$y_0 \in K(x_0, \gamma_0)$ suy ra rằng tồn tại α sao cho tồn tại $t_\alpha \in T(x_\alpha, \gamma_\alpha)$ sao cho $\langle t_\alpha, y_\alpha - g(x_\alpha, \gamma_\alpha) \rangle \in C$ với mọi $y_\alpha \in K(x_\alpha, \gamma_\alpha)$.

Khi đó Ψ là liên tục Hausdorff trên Γ .

5. Kết luận

Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả đã thiết lập tính ổn định của ánh xạ nghiệm cho bài toán tựa cân bằng vectơ mạnh phụ thuộc tham số (Định lý 3.1 và Định lý 3.2) và bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ mạnh phụ thuộc tham số (Định lý 4.1 và Định lý 4.2). Các kết quả nhận được là mới và hoàn toàn khác với các kết quả trong Anh và Hung [2].

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Blum, E., Oettli, W., "From optimization and variational inequalities to equilibrium problems". *Mathematics Student-India*, 63 (1994), 123-145.
- [2] Anh L.Q., Hung N.V., "Gap functions and Hausdorff continuity of solution mappings to parametric strong vector quasiequilibrium problems", *Journal of Industrial & Management Optimization*, 14 (2018), 65-79.
- [3] Hung N.V., "On the stability of the solution mapping for parametric traffic network problems", *Indagationes Mathematicae*, 29(2018), 885-894.
- [4] Hung N.V., Tam V.M., Tuan N.H., O'Regan. D., "Regularized gap functions and error bounds for generalized mixed weak vector quasivariational inequality problems in fuzzy environments", *Fuzzy Sets and Systems*, (2019), online first. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2019.09.015>
- [5] Hung N.V., Tam V.M., Tuan N.H., O'Regan. D., "Convergence analysis of solution sets for fuzzy optimization problems", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, (2019), online first. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2019.112615>
- [6] Hung N.V., O'Regan. D., "Bilevel equilibrium problems with lower and upper bounds in locally convex Hausdorff topological vector spaces", *Topology and its Applications* 269 (2020), 1-13.
- [7] Kien B.T., "On the lower semicontinuity of optimal solution sets", *Optimization.*, 54 (2005), 123-130.
- [8] Lalitha C. S., Bhatia G., "Stability of parametric quasivariational inequality of the Minty type", *Journal of Optimization Theory and Applications*. 148 (2011), 281-300.
- [9] Aubin J. P., Ekeland I., *Applied Nonlinear Analysis*, John Wiley and Sons, New York, 1984.

(BBT nhận bài: 13/11/2019, hoàn tất thủ tục phân biện: 02/3/2020)