

NHẬN DẠNG CÁC THAM SỐ ĐỘNG HỌC CỦA TÒA NHÀ BẰNG PHƯƠNG PHÁP FDD

IDENTIFYING A BUILDING'S STRUCTURE PARAMETERS VIA FDD METHOD

Nguyễn Văn Phước

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. Hồ Chí Minh; vanphuocspkt@gmail.com

Tóm tắt - Những năm gần đây, phân tích Modal hoạt động được biết đến với tên gọi là phân tích chỉ với ngõ ra, đã được sử dụng để ước lượng các tham số của các công trình như các tòa nhà, cầu, tòa tháp và các cấu trúc cơ khí. Thuận lợi của phương pháp này là những thiết bị kích thích đắt tiền có thể được thay thế bằng các nguồn rung động từ môi trường xung quanh, chẳng hạn như các rung động từ gió, sóng và lưu thông xe cộ được sử dụng như là ngõ vào với biên độ không quan tâm, chúng được mô hình hóa như nhiễu trắng trong các giải thuật nhận dạng modal. Bài báo này trình bày tổng quan về kỹ thuật không tham số dựa trên việc phân giải trong miền tần số, mô hình động học của tòa nhà n tầng và phương pháp nhận dạng các tham số modal sử dụng FDD.

Từ khóa - FDD: phân giải trong miền tần số; SDOF: hệ thống một bậc tự do; OMA phân tích dao động; EMA: hệ thống phân tích thực nghiệm; MDOF: hệ thống đa bậc tự do; SVD: phân giải giá trị đơn

1. Đặt vấn đề

Nhận dạng các mode dao động của một công trình bằng thực nghiệm có thể được thực hiện theo một trong hai cách: phương pháp phân tích modal thực nghiệm EMA đòi hỏi phải biết cả ngõ vào và ngõ ra để xây dựng nên một hàm truyền mô tả cho hệ thống công trình đó và phương pháp phân tích modal hoạt động OMA. Từ những năm đầu thế kỷ 20, giới kỹ thuật dân dụng có sự gia tăng về số lượng các ứng dụng có sử dụng phương pháp OMA cho nhiều công trình như nhà cao tầng, cầu, các giàn khoan xa bờ...[1]. Phương pháp này chỉ đòi hỏi đo các ngõ ra của hệ thống công trình. Trong FDD, ma trận mật độ phổ của hệ thống đa bậc tự do MDOF được phân giải thành một tập các mật độ phổ riêng lẻ ứng với các hệ thống một bậc tự do modal SDOF. Phương pháp này được minh họa bằng việc đo lường trên một mô hình tòa nhà hai tầng với nguồn kích thích được tạo ra bởi một búa nhựa cứng nhỏ và một động cơ tạo rung. Thuận lợi là việc sử dụng phân cứng thu thập dữ liệu NI-USB 9234 của National Instruments để đo lường một cách dễ dàng các đáp ứng gia tốc được lắp đặt dọc theo chiều cao tòa nhà trong môi trường của phần mềm LabVIEW 2011. Dữ liệu đo được phân tích trong môi trường Matlab với sự hỗ trợ của các công cụ xử lý tín hiệu nâng cao. Kết quả, ta thu được các tham số modal của tòa nhà như các tần số cộng hưởng, các dạng mode. Ngoài ra, độ cứng mỗi tầng cũng được nhận dạng dưới giả thiết mô hình lực cắt dầm của mô hình tòa nhà hai tầng.

2. Vật liệu và phương pháp nghiên cứu

2.1. Phân giải trong miền tần số (FDD)

Các ma trận mật độ phổ công suất của các tín hiệu ngõ vào và ngõ ra, là các hàm theo biến tần số góc ω có thể

Abstract - In recent years, Operational Modal Analysis, also known as Output-Only Analysis, has been used for the estimation of the parameters of structures such as buildings, bridges, towers and mechanical structures. One advantage of this method is that expensive excitation equipment can be replaced by ambient vibration sources such as wind, wave, and traffic whose vibrations are used as input for unknown magnitude, and are then modelled as white noise in modal identification algorithms. This paper presents an overview of the non-parameter technique based on Frequency Domain Decomposition (FDD), the dynamic model of an n -story building and the method of modal parameters identification via the use of FDD.

Key words - FDD (Frequency Domain Decomposition); SDOF (Single-Degree of Freedom); OMA (Operational Modal Analysis); EMA (Experimental Modal Analysis); MDOF (Multi-Degree of Freedom); SVD (Singular Value Decomposition)

được định nghĩa lần lượt là $X(\omega)$ và $Y(\omega)$ liên kết với ma trận hàm đáp ứng tần số $H(\omega)$ thông qua phương trình sau [2, 3, 5, 6, 8, 9]:

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega) \quad (1)$$

Trong đó: r là số ngõ vào và m là số tín hiệu ghi nhận đồng thời, tại mỗi tần số ω kích thước của các ma trận $X(\omega)$, $Y(\omega)$ và $H(\omega)$ lần lượt là $r \times r$, $m \times m$ và $m \times r$. Trong phân tích OMA, thường giả thiết ngõ vào là nhiễu trắng, ma trận mật độ phổ công suất của $X(\omega)$ được biểu diễn:

$$X(\omega) = C \quad (2)$$

Trong đó: C là ma trận hằng số.

Ma trận $H(\omega)$ có thể được viết dưới dạng cực (λ_k) và phần dư (R_k) như sau:

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{R_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \quad (3)$$

$$\omega_{dk} = \omega_{0k} \sqrt{1 - \zeta_k^2}; \zeta_k = \frac{\sigma_k}{\omega_{0k}}; R_k = \phi_k \gamma_k^T; \lambda_k = -\sigma_k + j\omega_{dk}$$

Trong đó: λ_k , σ_k , ω_{dk} , ζ_k , ω_{0k} tương ứng là cực, giảm chấn modal, tần số tự nhiên có giảm chấn, giảm chấn tới hạn và tần số tự nhiên không giảm chấn của mode thứ k . Với ϕ_k là vector dạng mode, γ_k là vector tham gia modal, các ngõ vào được giả định là nhiễu trắng có mật độ phổ công suất phẳng trên toàn bộ dải tần, phương trình (1) được viết lại như sau:

$$Y(\omega) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{R_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \right] C \left[\frac{R_l}{j\omega - \lambda_l} + \frac{R_l^*}{j\omega - \lambda_l^*} \right]^H \quad (4)$$

Nhân các hệ số của hai phân thức riêng từng phần và ứng dụng lý thuyết phân thức riêng phần Heaviside, ngõ

ra mật độ phổ công suất viết như công thức sau:

$$Y_{\omega} = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{A_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} + \frac{B_k}{-j\omega - \lambda_k} + \frac{B_k^*}{-j\omega - \lambda_k^*} \quad (5)$$

$$[A_k] = R_k C \left(\sum_{s=1}^n \frac{R_s^H}{-\lambda_k - \lambda_s^*} + \frac{R_s^T}{-\lambda_k - \lambda_s} \right) \quad (6)$$

$$\text{Với: } [A_k] = \frac{R_k C [R_k^*]^T}{2\sigma_k}; \lambda_k = -\sigma_k + j\omega_{dk}$$

$$\lim_{\text{damping} \rightarrow \text{light}} [A_k] = R_k C [R_k]^T = d_k \phi_k \phi_k^T \quad (7)$$

Trong đó: d_k là một hằng số vô hướng, tần số riêng biệt ω giới hạn bởi số lượng xác định các mode (thường là 1 hoặc 2 modes). Ký hiệu các mode là $Sub(\omega)$. Trường hợp tòa nhà có giảm chấn yếu, ma trận mật độ phổ đáp ứng được viết dưới dạng như sau:

$$Y(\omega) = \sum_{k \in Sub(\omega)} \frac{d_k \phi_k \phi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{d_k^* \phi_k^* \phi_k^{*T}}{j\omega - \lambda_k^*} \quad (8)$$

Phân tích ma trận $Y(\omega)$ thành một tập các giá trị kỳ dị và các vector kỳ dị bằng giải thuật SVD.

2.2. Phân giải giá trị kỳ dị (SVD)

Phân giải giá trị kỳ dị của một ma trận số phức Anhur sau:

$$A = U \times S \times V^H \quad (9)$$

$$S = \text{diag}(s_1, \dots, s_r); r = \min(m, n) \quad (10)$$

Trong đó U, V là các ma trận đồng nhất, S là ma trận chéo chứa các giá trị kỳ dị thực:

s_i gọi là các giá trị kỳ dị và tương ứng với các vector kỳ dị được chứa trong các ma trận U và V . Phân tích các giá trị đơn được thực hiện trên mỗi tập dữ liệu tại mỗi tần số xác định. Ma trận mật độ phổ là ma trận được xấp xỉ với biểu thức (11) sau khi đã phân giải SVD:

$$Y(\omega) = \Phi S \Phi^H \quad (11)$$

$$\text{Với: } \Phi \Phi^H = I$$

Trong đó S là ma trận giá trị kỳ dị, Φ là ma trận đồng nhất chứa của các vector kỳ dị:

$$S = \text{diag}(s_1, \dots, s_r) = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & s_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & s_r & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \dots \ \phi_r] \quad (13)$$

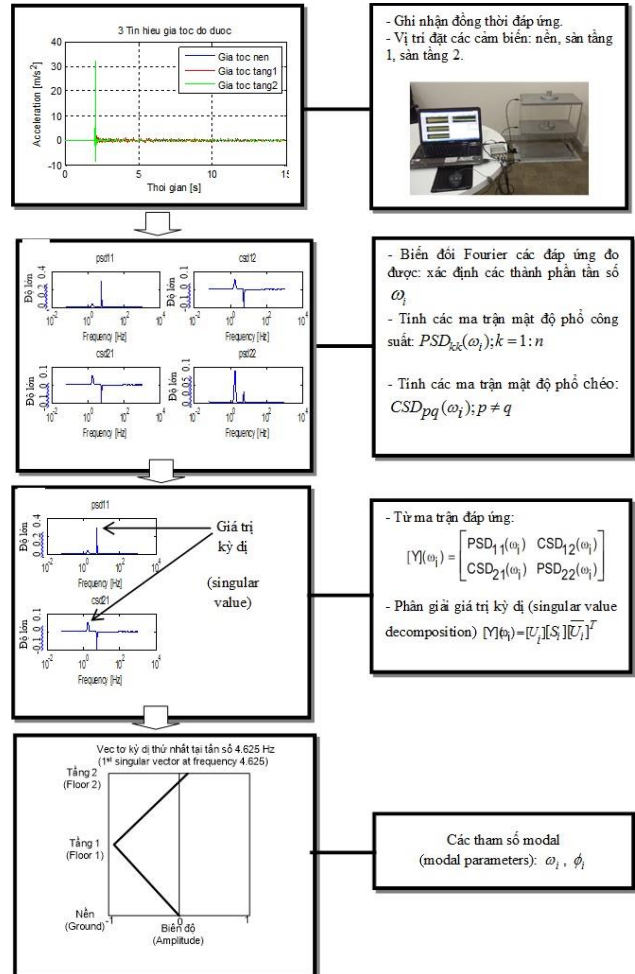
Xây dựng lưu đồ thực nghiệm bằng phương pháp FDD được minh họa qua 4 giai đoạn như trong Hình 1

2.3. Mô hình toán học của tòa nhà n tầng

Mô hình hình hóa thành một hệ n bậc tự do. Tòa nhà sẽ rung động khi nó chịu tác dụng bởi các ngoại lực bên ngoài như gió, kích thích do giao thông xe cộ, do con người gây nên, thậm chí động đất. Giả thiết xây dựng mô hình toán cho tòa nhà n tầng dưới tác dụng của động đất làm tòa nhà rung động, nghĩa là hệ n bậc tự do được mô hình hóa từ tòa nhà cũng dao động. Xét dao động n bậc tự do có dạng như Hình 2 [2], [5]. Xét dịch chuyển chỉ theo

một hướng theo định luật II Newton và nguyên lý D'Alembert, hệ phương trình dao động của hệ nhiều bậc tự do dưới tác dụng của gia tốc nền $x_0''(t)$ theo phương ngang x được diễn tả như sau [2, 5]:

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = -M \ddot{x}_0 \quad (14)$$



Hình 1. Lưu đồ thực nghiệm FDD

$$x^T = x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n; \ x''^T = [x_1'' \ x_2'' \ x_3'' \ \dots \ x_n'']$$

$$x'^T = [x_1' \ x_2' \ x_3' \ \dots \ x_n']; \ x_0''^T = [x_0'' \ x_0'' \ x_0'' \ \dots \ x_0'']$$

Trong đó: $x_i(t)$, $x_i'(t)$, $x_i''(t)$ và $x_0''(t)$ lần lượt là dịch chuyển, vận tốc, gia tốc tại điểm khối lượng tập trung tại tầng thứ i , ma trận M, C, K có kích thước $(n \times n)$ có phương trình

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_n \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}; K = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{pmatrix}$$

Trong đó m_i là tập trung khối lượng tại tầng thứ i , $i = 1, 2, \dots, n$

2.4. Xây dựng ma trận độ cứng từ các tham số modal

Mô hình lực cắt dầm giả sử chuyển động tại một tầng ở trên và bên dưới. Giả thiết độ cứng của các sàn nhà là lớn hơn các bức tường. Ma trận độ cứng K được viết lại

như sau:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & -k_3 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -k_{n-1} & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

Trong đó: ω_i, Φ_i lần lượt là tần số modal và vectơ

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 - \omega_i^2 m_1 & -k_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 - \omega_i^2 m_2 & -k_3 & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & -k_3 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -k_{n-1} & k_{n-1} + k_n - \omega_i^2 m_{n-1} & -k_n \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -k_n & k_n - \omega_i^2 m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \vdots \\ \phi_{(n-1)i} \\ \phi_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

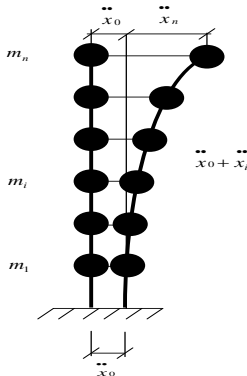
$$\Delta\phi_{ji} = \begin{cases} \phi_{ji} - \phi_{(j-1)i} & khi \quad j = 2 \div n \\ \phi_{ji} & khi \quad j = 1 \end{cases} \quad (17)$$

$$\forall j \in [1, n], k_j = \omega_i^2 \frac{\sum_{l=j}^n m_l \phi_{li}}{\phi_{ji} - \phi_{(j-1)i}}$$

$$\rightarrow \forall j \in [1, n], k_j = \omega_i^2 \frac{\sum_{l=j}^n m_l \phi_{li}}{\Delta\phi_{ji}}$$

Gia tốc tại tầng thứ j bằng $\omega_i^2 \phi_{ji}$. Lực quán tính của tầng thứ j $m_j \omega_i^2 \phi_{ji}$. Tổng lực áp dụng lên tầng thứ j là $\sum_{l=j}^n \omega_i^2 m_l \phi_{li}$. Độ xê dịch tầng thứ j thì bằng quan hệ chuyển vị giữa tầng thứ j và tầng thứ $j-1$ là $\phi_{ji} - \phi_{(j-1)i}$. Độ cứng của tầng 1 (k_1) và tầng 2 (k_2):

$$k_1 = \frac{\omega_i^2 m_1 \phi_{1i} + \omega_i^2 m_2 \phi_{2i}}{\phi_{1i} - \phi_{0i}}; k_2 = \frac{\omega_i^2 m_2 \phi_{2i}}{\phi_{2i} - \phi_{1i}}; \phi_{0i} = 0$$



Hình 2. Mô hình toán của tòa nhà n tầng dưới tác dụng của nền đất theo phương ngang x

3. Kết quả và thảo luận

3.1. Nhận dạng các tham số modal và độ cứng tòa nhà

Nguyên liệu được làm là toàn bộ tòa nhà bằng thép carbon.

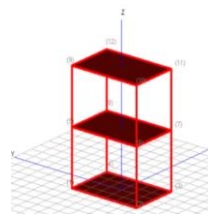
Tốc độ lấy mẫu $fs=2048$ Samples/s, thời gian lấy dữ liệu là $4,8828125 \cdot 10^{-4}$ (s). Thời gian thu thập dữ liệu 15 giây, số mẫu của mỗi kênh là 30720 mẫu. *Thí nghiệm 1:* $m_1=m_2=11,9737$ kg. Lực kích thích được tạo ra bởi một

dạng mode thứ i tương ứng. mối quan hệ giữa tham số vật lý và các tham số modal của tòa nhà được biểu diễn như phương trình sau:

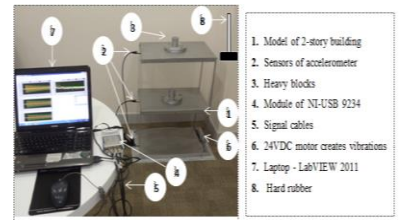
$$K - \omega_i^2 M \Phi_i = 0 \quad (15)$$

Từ phương trình (15) tìm được độ cứng từ tầng 1 đến tầng n ta viết phương trình (16) tổng quát hóa hệ thống tuyến tính.

búa cao su cứng nhỏ vào tầng 2 theo phương ngang x với một lực ngẫu nhiên. Kết quả đo đạc và nhận dạng của lần đo thứ 4 trong 10 tập dữ liệu thu thập được thể hiện từ Hình 5 đến Hình 12.

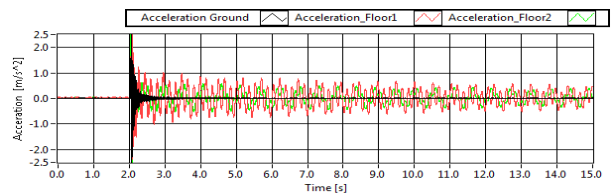


Hình 3. Mô hình hình học của tòa nhà 2 tầng được vẽ bằng ARTEMIS trong không gian 3D

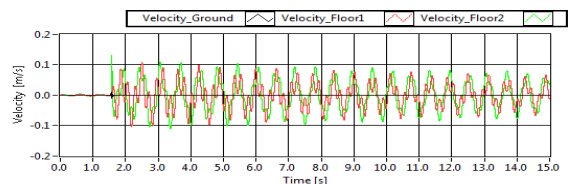


Hình 4. Hệ thống thực nghiệm thu thập đáp ứng của mô hình tòa nhà hai tầng bằng phần cứng NI-USB 9234 trong môi trường LabVIEW 2011

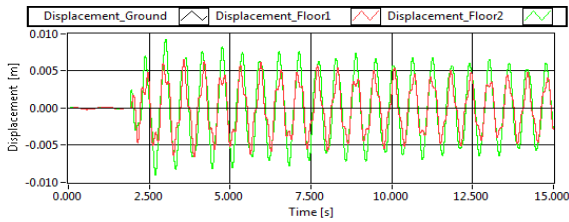
Kết quả cho thấy phổ của gia tốc nền không cộng hưởng với tầng 1 và 2. Nền gần như không dao động. Vì vậy xét đến sự tương quan giữa tầng 1 và tầng 2. Mật độ phổ công suất của hệ thống được tính theo hàm tần số vật lý được thể hiện trong Hình 9; mode1: tầng 1 và tầng 2 dao động cùng pha, dịch chuyển tầng theo chiều cao, tầng 2 dịch chuyển gần gấp 1,5 lần tầng 1, có tần số 10.6060 rad/s ; mode2: tầng 1 và tầng 2 dao động ngược pha, xuất hiện một điểm nút. Tầng 1 dịch chuyển gần gấp 1,5 lần tầng 2, có tần số 29.0597 rad/s .



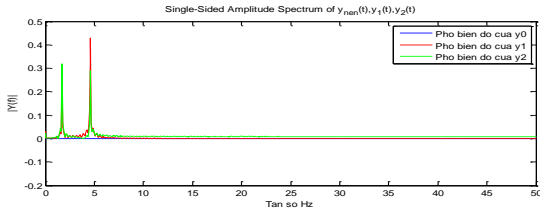
Hình 5. Đáp ứng gia tốc theo phương ngang x đo được trên nền, tầng 1 và tầng 2



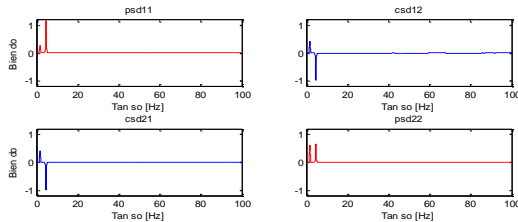
Hình 6. Đáp ứng vận tốc theo phương ngang x đo được trên nền, tầng 1 và tầng 2



Hình 7. Đáp ứng chuyển vị theo phương ngang x đo được trên nền, tầng 1, tầng



Hình 8. Phổ biên độ một phía của đáp ứng gia tốc nền, tầng 1 và tầng 2



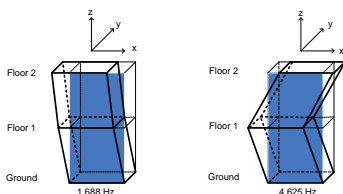
Hình 9. Mật độ phổ công suất của đáp ứng gia tốc xét trên tầng 1 và tầng 2

Các tham số modal được nhận dạng thể hiện trong Bảng 1.

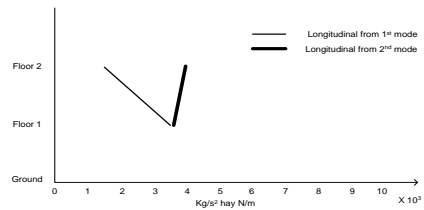
Bảng 1. Dạng mode, độ cứng nhận dạng được khi dùng búa cao su cứng kích thích ngẫu nhiên vào tầng 2 theo phương ngang x

Mode i	1 st	2 nd
f (Hz)	1,688	4,625
{ ϕ_{i1} }	-0,55406	-0,83570
{ ϕ_{i2} }	-0,83247	0,54917
Độ cứng trung bình của tầng 1, tầng 2 [N/m] và tần số trung bình của hai dạng mode của 10 lần đo độc lập	\bar{k}_1 :3317,091 \bar{k}_2 :1326,64 \bar{f}_1 : 1,688	\bar{k}_1 :3414,902 \bar{k}_2 :3949,381 \bar{f}_2 : 4,625
Độ lệch chuẩn(d)	d_k1: 1,758 d_k2:0,0 d_f1: 0,0	d_k1: 7,374 d_k2: 2,669 d_f2: 0,0

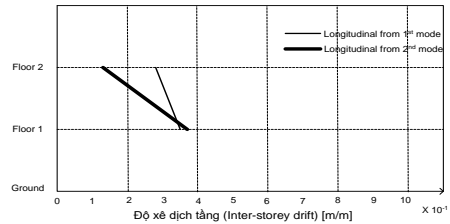
Đồ thị phác họa độ cứng (stiffness) và độ trôi dạt (inter storey drift [m/m]) giữa các tầng được thể hiện trong Hình 11, Hình 12.



Hình 10. Hai dạng mode biến dạng dọc theo chiều cao tòa nhà được nhận dạng

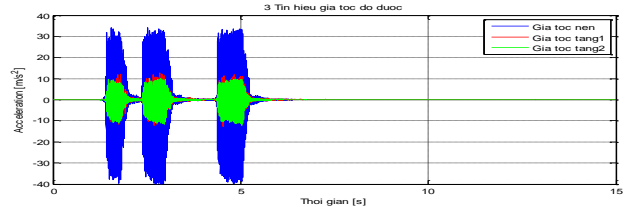


Hình 11. Độ cứng các tầng

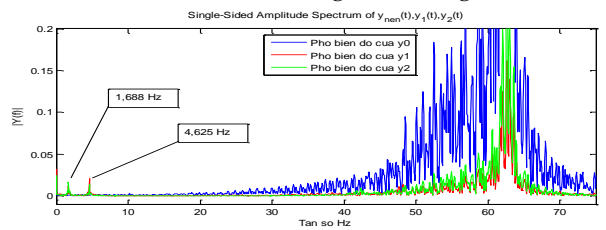


Hình 12. Độ xô dịch tầng

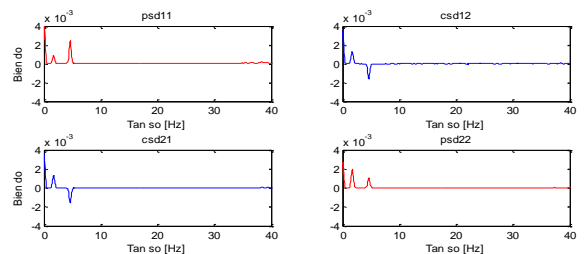
Thí nghiệm 2: $m_1=m_2=11,9737$ kg, tòa nhà chịu một kích thích rung động từ một động cơ DC gắn chặt trên nền tòa nhà. Kết quả thể hiện từ Hình 13 đến Hình 16. Phổ biên độ một phía và mật độ phổ công suất được vẽ trong Hình 13 và Hình 14.



Hình 13. Đáp ứng gia tốc của nền, tầng 1 và tầng 2 ứng với kích thích là động cơ kích rung



Hình 14. Phổ biên độ một phía của đáp ứng gia tốc nền, tầng 1 và tầng 2 ứng với kích thích là động cơ kích rung



Hình 15. Mật độ phổ công suất của đáp ứng gia tốc tầng 1, tầng 2

Bảng 2. Dạng mode, độ cứng nhận dạng được khi dùng động cơ rung kích thích vào nền

Mode i	1 st	2 nd
f (Hz)	1,688	4,625
{ ϕ_{i1} }	-0,55406	-0,83570
{ ϕ_{i2} }	-0,83247	0,54917

Độ cứng trung bình của tầng 1, tầng 2 [N/m] và tần số trung bình của hai dạng mode của 10 lần đo	\bar{k}_1 : 3303,395 \bar{k}_2 : 1326,644 \bar{f}_1 : 1,688	\bar{k}_1 : 3620,982 \bar{k}_2 : 3917,751 \bar{f}_2 : 4,625
Độ lệch chuẩn(d)	d_k1: 21,3642 d_k2: 0,0 d_f1: 0,0	d_k1: 304,2966 d_k2: 15,0906 d_f2: 0,0

4. Kết luận

Kết quả nhận dạng giữa hai trường hợp dùng búa cao su cứng kích thích rung và động cơ tạo rung có sự sai lệch nhỏ, chấp nhận được. Tần số dao động riêng không sai lệch cho cả hai dạng mode. Độ cứng tầng 1 của mode 1 có độ sai lệch 13,69562 N/m, độ cứng tầng 2 của mode 1 có độ sai lệch 0 N/m; độ cứng tầng 1 của mode 2 có độ sai lệch 206,07993 N/m; độ cứng tầng 2 của mode 2 có độ sai lệch 31,62963 N/m. Phân tích modal với kỹ thuật FDD nhận dạng được tham số modal nhanh và chính xác. Điều này đã được thực hiện chỉ với việc đo các đáp ứng của tòa nhà khi chịu tác dụng bởi các lực ngõ vào không quan tâm đến biên độ, không cần xét đến lực kích thích. Phương pháp này cung cấp cho ta các mẫu biến dạng. Tuy nhiên, nó không ảnh hưởng đến kết quả tính toán độ cứng theo các dạng mode. Phương pháp FDD được áp dụng thành công trên mô hình tòa nhà hai tầng được thiết kế và thi công theo mô hình lực cắt dầm đã nhận dạng được các tham số modal và độ cứng các tầng. Kết quả nghiên cứu đã minh chứng cho khả năng sử dụng phương pháp FDD vào thực tiễn cho các tòa nhà dân dụng hiện nay là một đóng góp hữu ích và thiết thực góp phần vào công tác

"Phòng ngừa, ứng phó và khắc phục hậu quả động đất", bảo vệ tính mạng và tài sản của nhân dân.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Carlo Rainieri and Giovanni Fabbrocino, *Operational modal analysis for the characterization of heritage structures*, UDC 550.8.013, GEOfIZIKA VOL. 28, 2011.
- [2] Nguyễn Đại Minh, "Phương pháp phổ phân ứng nhiều dạng dao động và tính toán nhà cao tầng chịu động đất theo TCXDVN375: 2006", Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng, 2010.
- [3] Peeters B. *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2000.
- [4] Ventura C., Liam Finn W.-D., Lord J.F., Fujita N. *Dynamic characteristics of a base isolated building from ambient vibration measurement and low level earthquake shaking*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 2003; 23:313–322, 2003.
- [5] CHOPRA, A. K. *Dynamic of structures*, Prentice Hall International, US, 2001, 844 p.
- [6] Welch P.D. *The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra: method based on time averaging over short, modified periodograms*. IEEE Trans. Audio Electroacoust 1967, AU-15:70-73.
- [7] Brincker R., Ventura C., Andersen P. *Why output-only modal testing is a desirable tool for a wide range of practical applications*. In: 21st International Modal Analysis Conference (IMAC), Kissimmee, Florida, 2003.
- [8] Palle Andersen, Rune Brincker, Carlos Ventura, Reto Cantieni, *Modal Estimation of Civil Structures Subject to Ambient and Harmonic Excitation*, 2010
- [9] Jing Hang, *Operational modal identification technique based on independent component analysis*, This paper appears in: Electric Technology and Civil Engineering (ICETCE), 2011 International Conference.

(BBT nhận bài: 30/06/2015, phản biện xong: 19/08/2015)