

ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN SỐ MÔ PHỎNG ĐIỆN TỪ TRƯỜNG CỦA TRẠM BIẾN ÁP

INTEGRAL EQUATION METHOD FOR ELECTROMAGNETIC MODELING OF THE ELECTRICAL SUBSTATION

Lê Đức Tùng, Phạm Hồng Hải

Trường Đại học Bách khoa Hà Nội; tung.leduc1@hust.edu.vn, hai.phamhong@hust.edu.vn

Tóm tắt - Bài báo trình bày phương pháp tích phân số để tính toán, mô phỏng điện từ trường của một cấu trúc có vùng vỏ mỏng và hệ thống dây dẫn. Hệ thống dây dẫn được mô tả bằng hệ phương trình mạch điện, trong khi công thức tích phân phần tử bề mặt dùng để mô phỏng vùng vỏ mỏng. Hệ phương trình tích phân có xét đến tương tác của hệ dây dẫn và vùng vỏ mỏng cũng được trình bày. Phương pháp đề xuất có khả năng tính toán mô phỏng hệ dây dẫn phức tạp và xem xét hiện tượng hiệu ứng bề mặt với độ sâu bề mặt bất kỳ của tấm mỏng. Một trạm điện trong thực tế được mô phỏng tính toán bằng các hệ phương trình tích phân mà bài báo đưa ra. Ngoài ra, kết quả so sánh với phương pháp phần tử hữu hạn minh chứng tính chính xác cũng như tiềm năng to lớn của phương pháp tích phân số.

Từ khóa - Tính toán điện từ; dòng điện xoáy; phương pháp tích phân; phương pháp số; hiệu ứng bề mặt

1. Đặt vấn đề

Các phương pháp số ứng dụng trong mô phỏng tính toán trường điện từ thường được chia thành hai loại: Các phương pháp hữu hạn (Finite Methods) như Phương pháp phần tử hữu hạn FEM (Finite Element Method), phương pháp thể tích hữu hạn FVM (Finite Volume Method); Các phương pháp tích phân số, như là phương pháp tích phân bề mặt BEM (Boundary Element Method), phương pháp mô-men MoM (Method of Moment), Phương pháp mạch điện thay thế tương đương PEEC (Partial Element Equivalent Circuit).

Phương pháp FEM được biết đến như là phương pháp thông dụng nhất, được sử dụng rộng rãi trong các bài toán mô phỏng kỹ thuật [1-3]. Ưu điểm của phương pháp này là tính tổng quát, có khả năng mô phỏng thiết bị có cấu trúc khác nhau từ nhiều loại vật liệu (dẫn điện, cách điện, vật liệu từ,...) ở dạng bài toán tuyến tính lẫn phi tuyến. Tuy nhiên, nhược điểm của phương pháp FEM là khó khăn trong việc tính toán với các loại thiết bị có cấu trúc dạng vỏ mỏng và dạng dây.

Đặc trưng điện từ của các cấu trúc dây dẫn, tấm mỏng là sự biến thiên rất lớn của trường điện từ ở vùng lân cận và bên trong cấu trúc, cộng với các hiện tượng vật lý như hiệu ứng bề mặt (skin effect), hiệu ứng gần (proximity effect). Phương pháp phần tử hữu hạn sẽ yêu cầu chia lưới cực nhỏ, làm tăng số bậc tự do, dẫn tới kích thước ma trận rất lớn và tăng đáng kể khối lượng tính toán. Nếu áp dụng phương pháp FEM để giải thì yêu cầu máy tính có cấu hình lớn, chi phí khá tốn kém, và thậm chí không thể tìm ra được nghiệm hội tụ.

Một ví dụ cụ thể là trạm biến áp hạ thế tại các thành phố lớn, khu vực đông dân cư. Tại trạm điện này, người ta thường trang bị cuộn kháng ở phía hạ áp để giảm dòng ngắn mạch. Tuy nhiên, từ trường sinh ra từ cuộn kháng lại có thể

Abstract - This paper presents an integral method in order to model the structure with thin conductive and magnetic regions and electric circuit system. The electric system is described by the equation circuit, while shell element formulation used for thin regions. The interaction between thin regions and electric circuit system is presented. The proposed method enables for modelling conductors with complex shapes and various skin effects across thickness of the shell taken into account. A real power station is modeled by using the integral equations system. In addition, the results compared with the finite element method also prove the accuracy and great potential of this integral method.

Key words - Computational electromagnetic; eddy current; Integral method; numerical method; skin effect

gây ra nhiễu điện từ, ảnh hưởng đến dân cư sinh sống và các thiết bị điện tử tại khu vực lân cận (Hình 1) [3].



Hình 1. Cuộn kháng đặt tại trạm “Folies”,
Thành phố Paris, Pháp

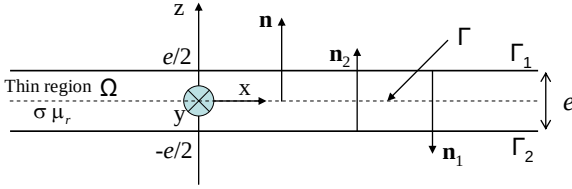
Để giảm cường độ điện từ xâm nhập vào khu vực dân cư, người ta có thể đặt các vòng dây hoặc các tấm mỏng để chắn điện từ. Như đã nêu ở trên, việc tính toán mô phỏng điện từ trường với cấu trúc này rất phức tạp và khó khăn.

Trong bài báo này, tác giả áp dụng phương pháp tích phân số để mô phỏng điện từ trường trong các cấu trúc có dây dẫn và tấm mỏng nêu trên. Ưu điểm của phương pháp này là tính toán đơn giản, không cần phải chia lưới vùng không khí. Phương trình tích phân mô tả lớp vỏ mỏng tổng quát, xét đến hiệu ứng bề mặt ($e > \delta$, $e \approx \delta$, $e < \delta$) được thừa hưởng từ nghiên cứu [4], [5]. Hệ thống dây dẫn được mô tả bằng hệ phương trình mạch điện [6-12]. Tương tác của hệ dây dẫn và vùng tấm mỏng được trình bày trong Mục 2. Kết quả tính toán mô phỏng được trình bày và so sánh giữa các phương pháp khác ở Mục 3. Cuối cùng là phần kết luận và đề xuất các hướng nghiên cứu tiếp theo.

2. Mô hình hóa trường điện từ

2.1. Phương trình mô tả cho vùng tấm mỏng

Xét một cấu trúc vùng mỏng (thể tích Ω) vừa dẫn điện, vừa dẫn từ với bề dày e , điện trở suất σ và độ từ thẩm μ_r ; Γ_1, Γ_2 là mặt biên của tấm mỏng với vùng không khí bao quanh; Γ là bề mặt trung bình, nằm giữa 2 mặt Γ_1, Γ_2 của tấm mỏng (Hình 2).



Hình 2. Mô hình mặt cắt vùng vỏ mỏng

Biến thiên điện từ trường dọc theo bề mặt trung bình Γ của vùng vỏ mỏng được xác định bởi [4, 5]

$$(\alpha + \beta) \int_{\Gamma} \mathbf{grad}_s w \cdot \mathbf{grad}_s \Delta \phi d\Gamma + 2j\omega \frac{\mu_0 \mu_r}{\mu_r - 1} \int_{\Gamma} w \cdot \mathbf{M}_a \cdot \mathbf{n} d\Gamma = 0 \quad (1)$$

với $\mathbf{M}_a = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2$ là giá trị từ hoá trung bình và $\mathbf{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt Γ ; $a = (1 + j)/\delta$; $\alpha = a/\sigma th(ae)$, $\beta = a/\sigma sh(ae)$; w là một tập hợp các hàm trọng số bề mặt theo các nút; ϕ_1, ϕ_2 là các trường vô hướng giản lược tại mỗi mặt biên và $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ gọi là chênh lệch trường vô hướng giữa hai bề mặt.

Phương trình (1) thể hiện hiện tượng điện từ nội tại bên trong vùng vỏ mỏng. Để tính đến vùng không khí xung quanh, chúng ta sẽ áp dụng phương pháp tích phân.

Tấm mỏng được đặt trong nguồn từ trường ngoài $\mathbf{H}_0$. Giả thiết từ trường $\mathbf{H}_0$ không đổi dọc theo chiều dày của tấm mỏng, ta có phương trình tích phân thể hiện quá trình từ hóa tấm mỏng gây ra bởi $\mathbf{H}_0$ và dòng điện xoáy như sau [5]:

$$\frac{\mathbf{M}_a}{\mu_r - 1} = \mathbf{H}_0 - \mathbf{grad} \frac{\bar{G}}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{(\mathbf{M}_a \cdot \mathbf{r})}{r^3} d\Gamma + \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{grad} \Delta \phi \times \mathbf{r}}{r^3} d\Gamma \quad (2)$$

với $\mathbf{r}$ là véc-tơ nối giữa điểm tích phân trên Γ đến điểm tính toán từ trường; $\bar{G} = th[(1 + j)e/2\delta]/[(1 + j)e/2\delta]$.

Để giải hệ phương trình (1), (2), bằng phương pháp số, người ta chia lới mặt Γ thành n phần tử tam giác và p nút. Giả thiết giá trị từ hoá và dòng điện tiếp tuyến là đồng nhất trên mỗi phần tử.

Áp dụng phép biến đổi Galerkin cho phương trình (1), ta thu được [4,5]

$$[\mathbf{A}] \cdot [\Delta \Phi] + [\mathbf{B}] \cdot [\mathbf{M}] = \mathbf{0}, \quad (3)$$

với $[\mathbf{M}]$ là véc-tơ phức kích thước $3n$; $[\Delta \Phi]$ là véc-tơ phức kích thước p ; $[\mathbf{B}]$ là ma trận $(p \times 3n)$ và $[\mathbf{A}]$ là ma trận $(p \times p)$ [5].

Xây dựng phương trình (2) cho mỗi phần tử, ta thu được hệ phương trình có thể biểu diễn dưới dạng ma trận như sau [5, 13, 14]:

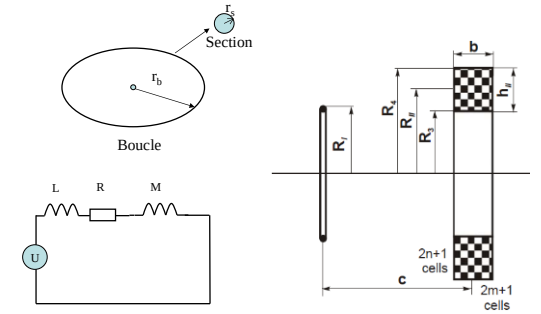
$$\left(\frac{[\mathbf{I}_d]}{\mu_r - 1} + [\mathbf{F}] \right) \cdot [\mathbf{M}] - [\mathbf{C}] \cdot [\Delta \Phi] = [\mathbf{h}_0] \quad (4)$$

với, $[\mathbf{I}_d]$ là ma trận đơn vị; $[\mathbf{F}]$ là ma trận $(3n \times 3n)$; $[\mathbf{C}]$ là ma trận $(3n \times p)$ và $[\mathbf{h}_0]$ là véc-tơ kích thước $3n$ [5].

2.2. Mô phỏng hệ thống dây dẫn

Phương pháp PEEC được phát triển trong các nghiên cứu [6], [7], đây là một trong những phương pháp số thích hợp mô phỏng hệ thống dây dẫn. Nguyên lý của phương pháp này là xây dựng mạch điện tương đương với các phần tử điện trở, điện kháng tự cảm, điện kháng hồ cảm được tính toán thông qua các công thức tích phân số [6-12].

Chúng ta xét một hệ thống gồm m dây dẫn dạng vòng độc lập. Một vòng dây sẽ được thay thế bởi mạch điện như Hình 3 với R, L là điện trở và tự cảm của vòng dây; M là hồ cảm giữa vòng dây và các cuộn kháng [10].



Hình 3. Mạch điện tương đương của một vòng dây

Điện trở của vòng dây:

$$R = \rho \frac{2\pi \cdot r_b}{\pi r_s^2} \quad (5)$$

Độ tự cảm của vòng dây:

$$L = \mu_0 \cdot r_b \left[\ln\left(\frac{8r_b}{r_s}\right) - 2 \right] + \frac{\mu_0}{8\pi} 2\pi \cdot r_b \quad (6)$$

Hồ cảm giữa cuộn kháng với vòng dây [10]:

$$M = \frac{N}{(2m + 1)(2n + 1)} \sum_{l=-n}^{l=n} \sum_{p=-m}^{p=m} M(l, p), \quad (7)$$

Trong đó:

$$M(l, p) = \frac{\mu_0 \sqrt{R_1 \cdot R_{22}(l)}}{k(l, p)} \left[(2 - k^2(l, p)) \cdot K(k) - 2 \cdot E(k) \right]$$

$$R_{22}(l) = R_{II} + \frac{h_{II}}{2n + 1} l$$

$$k^2(l, p) = \frac{4R_1 R_{22}(l)}{(R_1 + R_{22}(l))^2 + z(p)^2}$$

$$z(p) = c + \frac{b}{2m + 1} p$$

$$h_{II} = R_4 - R_3, R_i = r_b.$$

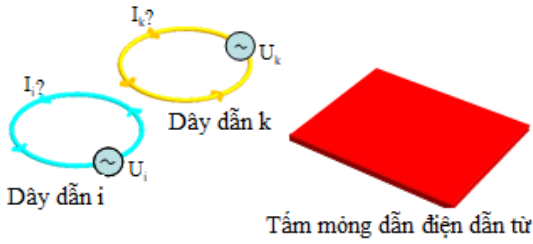
Ta thu được hệ phương trình giải tích mạch điện dưới dạng tổng quát:

$$[\mathbf{Z}] \cdot [\mathbf{I}] = [\mathbf{U}] \quad (8)$$

với $[\mathbf{Z}]$ là ma trận tổng trở $(m \times m)$; $[\mathbf{I}]$ là véc-tơ dòng điện kích thước m và $[\mathbf{U}]$ là véc-tơ điện áp kích thước m .

2.3. Tương tác giữa hệ dây dẫn và vùng vỏ mỏng dẫn điện từ

Chúng ta xem xét một cấu trúc gồm m vòng dây dẫn và vùng vỏ mỏng (dẫn điện, dẫn từ) như Hình 4.



Hình 4. Cấu trúc nghiên cứu bao gồm vùng vỏ mỏng và hệ vòng dây dẫn

Trạng thái điện từ trường bên trong vùng vỏ mỏng được mô tả bởi hệ phương trình (3), (4). Trong khi đó, hệ thống dây dẫn vòng được mô tả thông qua hệ phương trình (8). Chúng ta phải xét ảnh hưởng của hệ dây dẫn lên vùng vỏ mỏng và ngược lại.

2.3.1. Ảnh hưởng của hệ dây dẫn lên vùng vỏ mỏng

Trong phương trình (4) thành phần từ trường $[h_0]$ trên tấm mỏng gây ra bởi dòng điện trong các vòng dây, được xác định bởi định luật Biot-Savart. Từ trường tại điểm P ở mặt phẳng trung bình Γ của tấm mỏng do dây dẫn gây ra có biểu thức như sau:

$$H_0(P) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{4\pi S_i} \int_{\Omega_{ci}} \frac{\mathbf{u}_i \times \mathbf{r}}{r^3} d\Omega \quad (9)$$

với I_i , S_i , Ω_{ci} lần lượt là cường độ dòng điện, tiết diện và thể tích của của dây dẫn i ; $\mathbf{u}_i$ là véc-tơ đơn vị chỉ hướng của dòng điện trong dây dẫn i .

Phương trình (9) viết cho các điểm tại tâm của n phần tử trên mặt trung bình của vùng vỏ mỏng, ta thu được hệ phương trình có dạng như sau:

$$[h_0] = [D] \cdot [I] \quad (10)$$

với $[D]$ là ma trận $(3n \times m)$.

Phương trình (4) được viết lại như sau:

$$\left(\frac{[I_d]}{\mu_r - 1} + [F] \right) \cdot [M] - [C] \cdot [\Delta\Phi] - [D] \cdot [I] = 0 \quad (11)$$

2.3.2. Ảnh hưởng mô-men từ hóa trong vùng vỏ mỏng lên hệ dây dẫn

Mô-men từ hóa trên vùng vỏ mỏng sẽ sinh ra một điện áp cảm ứng trên dây dẫn k có dạng như sau:

$$U_{k_ma} = j\omega \int_{\Omega_{ck}} \mathbf{A}_m \cdot d\Omega \quad (12)$$

Trong đó, véc-tơ từ thế $\mathbf{A}_m$ trên dây dẫn k do mô-men từ hóa gây ra có biểu thức như sau [5, 15]:

$$\begin{aligned} A_m(P) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^n \int_{\Omega_i} \frac{\mathbf{M}_i \times \mathbf{r}}{r^3} d\Omega \\ &= \frac{\mu_0 \cdot \bar{G}}{4\pi} \sum_{i=1}^n \int_{\Gamma_i} \frac{\mathbf{M}_{ai} \times \mathbf{r}}{r^3} d\Gamma \end{aligned} \quad (13)$$

Phương trình (12) viết cho m vòng dây, ta có hệ phương trình dạng ma trận như sau:

$$[U_{ma}] = [L_{ma}] [M] \quad (14)$$

Trong đó:

$[U_{ma}]$ là véc-tơ kích thước m , biểu thị điện áp gây ra trên dây dẫn bởi từ hóa;

$[L_{ma}]$ là ma trận $(m \times 3n)$, biểu thị hồ cảm giữa phần tử từ hóa trong vùng vỏ mỏng và dây dẫn.

2.3.3. Ảnh hưởng của dòng điện xoáy trong vùng vỏ mỏng lên hệ dây dẫn

Các dòng điện xoáy trên vùng vỏ mỏng sẽ sinh ra một điện áp cảm ứng trên dây dẫn k có dạng như sau:

$$U_{k-J} = j\omega \int_{\Omega_{ck}} \mathbf{A}_J \cdot d\Omega \quad (15)$$

Trong đó, véc-tơ từ thế $\mathbf{A}_J$ được xác định bởi công thức:

$$\mathbf{A}_J(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^n \int_{\Omega_i} \frac{\mathbf{J}_i}{r} d\Omega \quad (16)$$

với r là khoảng cách giữa điểm lấy tích phân và điểm xét P và $\mathbf{J}_i$ là dòng điện xoáy của phần tử thứ i của vùng vỏ mỏng

Dòng điện trung bình $\mathbf{K}$ trên bề mặt lớp vỏ mỏng được xác định bởi công thức [4], [5], [15]:

$$\mathbf{K} = \int_{-e/2}^{+e/2} \mathbf{J} dz = \mathbf{n} \times \text{grad} \Delta\phi \quad (17)$$

Kết hợp phương trình (16) và phương trình (17), ta thu được:

$$\mathbf{A}_J(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^n \int_{\Gamma_i} \frac{\mathbf{n} \times \text{grad} \Delta\phi}{r} d\Gamma \quad (18)$$

Phương trình (15) được viết cho m dây dẫn, ta sẽ thu được hệ phương trình dạng ma trận:

$$[U_J] = [L_J] \cdot [\Delta\Phi] \quad (19)$$

Trong đó:

$[U_J]$ là véc-tơ kích thước m , biểu thị điện áp cảm ứng trên dây dẫn do dòng điện xoáy trong vùng vỏ mỏng sinh ra;

$[L_J]$ là ma trận $(m \times p)$, biểu thị hồ cảm giữa phần tử mang điện trên vùng vỏ mỏng và dây dẫn.

Kết hợp phương trình (3), (8), (11), (14) và (19), ta thu được hệ ma trận tổng quát cuối cùng như sau:

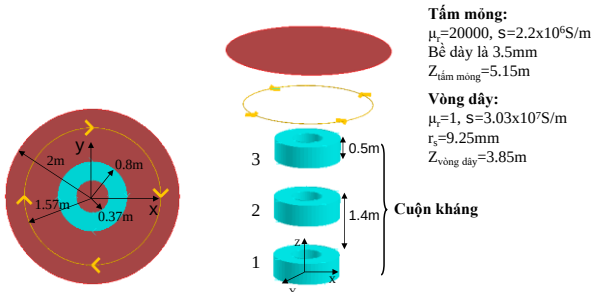
$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{MM} & -\mathbf{D} \\ \mathbf{L}_J & \mathbf{L}_{ma} & \mathbf{Z} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta\Phi \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Trong đó, $\mathbf{MM} = \frac{[I_d]}{\mu_r - 1} + [\mathbf{F}]$

Hệ phương trình (20) có $(3n+p+m)$ ẩn số. Trong đó, n là số phần tử chia lưới của bề mặt tấm mỏng, p là số nút sinh ra khi chia lưới, m là số vòng dây dẫn. Sau khi giải hệ phương trình (20), ta xác định được các giá trị từ hóa, trường từ hướng của vùng vỏ mỏng và dòng điện, điện thế của hệ dây dẫn. Từ đó cho phép phân tích điện từ trường của thiết bị cần nghiên cứu.

3. Bài toán áp dụng

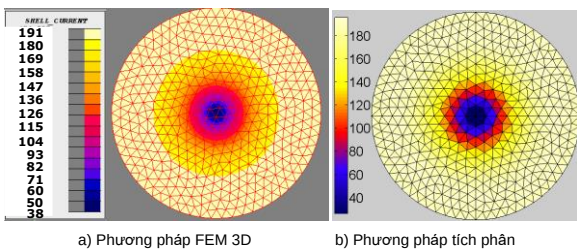
Quay trở lại bài toán đã được nêu trong phần tổng quan của bài báo. Các thông số của cuộn kháng 3 pha được cho như sau: Cuộn 1 có dòng điện $i_a = 1000 \sin \omega t$ (A), cuộn 2 có $i_b = 1000 \sin (\omega t + 120^\circ)$ (A) và cuộn 3 có $i_c = 1000 \sin (\omega t - 120^\circ)$ (A). Để ngăn cản từ trường xâm nhập khu vực đông dân cư lân cận trạm điện, tác giả đề xuất hai phương án. Phương án thứ nhất là dùng một tấm mỏng sắt từ hình tròn đặt ngăn cách giữa các cuộn kháng và khu vực cần bảo vệ. Phương án thứ hai, đặt thêm một vòng dây và hệ thống cản từ trường bao gồm cả vòng dây và tấm mỏng sắt từ. Các thông số của cấu trúc được cho ở Hình 5 [3]. Độ sâu bề mặt của tấm mỏng là $\delta = 0,339\text{mm}$, nhỏ hơn rất nhiều so với bề dày của nó.



Hình 5. Mô hình cuộn kháng 3 pha có vòng dây và tấm chắn từ

3.1. Trường hợp 1: Chỉ có tấm mỏng chắn từ

Để mô phỏng bài toán này, tác giả dùng hai phương pháp. Phương pháp thứ nhất là phương pháp tích phân số được giới thiệu trong Phần 2 của bài báo. Phương pháp thứ hai là phương pháp FEM trong không gian 3D. Với phương pháp tích phân số, chúng ta chỉ cần xem xét bề mặt trung bình của lớp vỏ mỏng và chia lưới tại vùng này. Trong khi với phương pháp FEM 3D, chúng ta phải chia lưới với số phần tử rất lớn, đặc biệt phải chia nhỏ theo bề dày của tấm mỏng thì mới có thể tính chính xác phân bố điện từ trường bên trong và xung quanh.

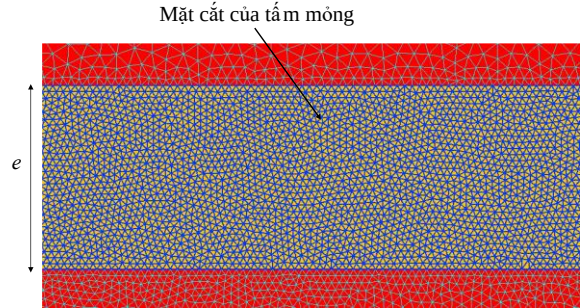


Hình 6. Phân bố của dòng điện (A/m) trên bề mặt tấm chắn từ trường hợp 1

Hình 6 hiển thị phân bố dòng điện trên bề mặt tấm chắn từ được tính toán bằng hai phương pháp. Kết quả của phương pháp tích phân số hội tụ với số lượng khoảng 1.000 phần tử chia lưới trong khi phương pháp FEM 3D cần 700.000 phần tử để có kết quả hội tụ. Thời gian tính toán của phương pháp tích phân cũng bằng 1/10 so với phương pháp FEM 3D. Tuy nhiên, phương pháp tích phân số cũng có nhược điểm. Các ma trận từ hệ phương trình (20) là ma trận đầy. Do đó, thời gian giải ma trận sẽ tăng lên rất nhanh nếu cần phải chia lưới dày hơn nữa. Nhược điểm này có thể được hoá giải bằng các thuật toán nén ma trận, phương pháp đa điểm được trình bày trong [16].

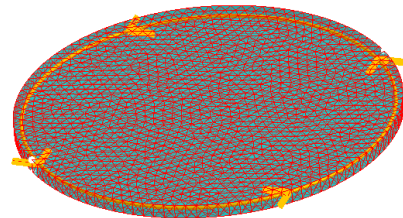
3.2. Trường hợp 2: có vòng dây và tấm mỏng chắn từ

Mục tiêu của bài toán là xác định chính xác dòng điện chạy trong vòng dây và phân bố dòng điện bề mặt trên tấm mỏng. Trước tiên bài toán này được tính toán mô phỏng bằng phương pháp FEM 2D (đối xứng trục). Để có kết quả chính xác, chúng ta tiến hành chia lưới mịn trong vùng tấm mỏng (Hình 7). Phương pháp này cho nghiệm hội tụ ở 50.000 phần tử chia lưới với giá trị dòng điện trong vòng dây là $I_{\text{vòng}} = 736,48 + j1904,74$ (A). Nghiệm hội tụ của phương pháp này là kết quả chính xác và được dùng để tham chiếu, đánh giá các phương pháp khác.



Hình 7. Chia lưới trong FEM 2D

Tiếp theo, bài toán được mô phỏng bằng phương pháp FEM 3D. Như đã trình bày ở phần trước, phương pháp này cần thực hiện chia lưới đặc biệt nhỏ với vùng trong và xung quanh tấm mỏng. Ngoài ra, để xác định được sự biến thiên điện từ trường rất lớn quanh vùng dây dẫn, việc chia lưới mịn tại vùng này cũng phải được thực hiện (Hình 8). Và cuối cùng, bài toán được mô phỏng bằng phương pháp tích phân số.



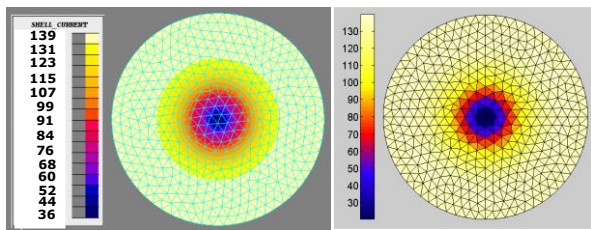
Hình 8. Chia lưới đặc biệt nhỏ xung quanh vùng dây dẫn trong phương pháp FEM 3D

Bảng 1. So sánh kết quả tính toán dòng điện trong vòng dây

Phương pháp FEM 3D			
Số phần tử chia lưới	380.000	730.000	840.000
Dòng điện trong vòng dây (A)	623,90 + j1938,11	585,57 + j1877,76	585,92 + j1992,19
Phương pháp tích phân			
Số phần tử chia lưới	390	892	1092
Dòng điện trong vòng dây (A)	725,24 + j1874,12	725,25 + j1875,05	724,25 + j1875,58

Kết quả như Bảng 1 cho thấy, phương pháp tích phân số hội tụ nhanh và có kết quả gần với giá trị chính xác (tính toán bằng phương pháp FEM 2D) hơn là so với phương pháp FEM 3D. Sai số của phương pháp tích phân số so với FEM 2D là 1,6% cho cả phần thực và phần ảo. Trong khi đó, sai số của FEM 3D là 20% cho phần thực và 4,5% cho phần ảo của dòng điện. Chúng ta cũng nhận

mạnh lại rằng, rất khó xác định kết quả hội tụ chính xác bằng phương pháp FEM 3D với dạng bài toán có cấu trúc tấm mỏng và dây dẫn.



a) Phương pháp FEM 3D

b) Phương pháp tích phân

Hình 9. Phân bố của dòng điện (A/m) trên bề mặt tấm chắn từ trường hợp 2

Hình 9 hiển thị phân bố dòng điện trên bề mặt tấm chắn trong trường hợp 2. Chúng ta nhận thấy, giá trị dòng điện bề mặt **K** giảm đi so với trường hợp 1. Kết quả này hoàn toàn hợp lý. Ở trường hợp này, một lượng từ trường đã được hút vào vòng dây, nên từ trường chạy vào tấm chắn từ sẽ giảm xuống.

4. Kết luận

Trong bài báo này, phương pháp tích phân số đã được tác giả áp dụng thành công trong việc tính toán, mô phỏng điện từ trường của một cấu trúc có vùng dẫn mỏng và hệ thống dây dẫn. Kết quả đạt được là rất khả quan khi so sánh với các phương pháp truyền thống như FEM. Phương pháp tích phân số được tính toán cho bài toán ở không gian 3D và có kết quả chính xác hơn so với FEM 3D. Các nghiên cứu đánh giá nhiễu điện từ với các loại tấm chắn từ khác nhau dùng phương pháp tích phân số sẽ tiếp tục được đầu tư trong thời gian tới.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được tài trợ bởi Bộ Giáo dục và Đào tạo trong đề tài mã số B2018-BKA-11-CtrVL.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Guérin, C., Meunier, G.: '3-D Magnetic Scalar Potential Finite Element Formulation for Conducting Shells Coupled with an External Circuit', *IEEE Trans. Magn.*, 48, (2), pp. 323-326, 2012.
- [2] Igarashi, H., Kost, A., Honma, T.: 'A Three-Dimensional Analysis of Magnetic Fields around a Thin Magnetic Conductive Layer Using Vector Potential', *IEEE Trans. Magn.*, 34, (5), pp. 2539-2542, 1998.
- [3] Abakar, A., Meunier, G., Coulomb, J-L., et al.: '3D Modeling of Shielding Structures Made by Conductors and Thin Plates', *IEEE Trans. Magn.*, 36, (4), pp. 790-794, 2000.
- [4] Le-Duc, T., Meunier, G., Chadebec, O., et al.: 'A New Integral Formulation for Eddy Current Computation in Thin Conductive Shells', *IEEE Trans. Magn.*, 48, (2), pp. 427-430, 2012.
- [5] Le-Duc, T., Meunier, G., Chadebec, O., et al.: 'General integral formulation for the 3D thin shell modeling', *IEEE Trans. Magn.*, 49, (5), pp. 1989-1992, 2013.
- [6] Hoer, C., Love, C.: 'Exact inductance equations for rectangular conductors with applications to more complicated geometries', *J. Res. Natl. Bur. Stand. C Eng. Instrum.*, 69C, (2), pp. 127-137, 1965.
- [7] Ruehli, A.E.: 'Equivalent circuit models for three dimensional multiconductor systems', *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 22, (3), pp. 216-221, 1974.
- [8] Clavel, E., Roudet, J., Foggia, A.: 'Electrical modeling of transformer connecting bars', *IEEE Trans. Magn.*, 38, (2), pp. 1378-1382, 2002.
- [9] Ishida, K., Itaya, T., Tanaka, A., et al.: 'Mutual inductance of arbitrary-shaped coils using shape functions', *IET Science, Measurement & Technology*, 13, (8), pp. 1085-1091, 2019.
- [10] Babic, S. I., Akyel, C.: 'New analytic-numerical solutions for the mutual inductance of two coaxial circular coils with rectangular cross section in air', *IEEE Trans. Magn.*, 42, (6), pp. 1661-1669, 2006.
- [11] Meunier, G., Guichon, J-M., Chadebec, O., et al.: 'Unstructured-PEEC Method for Thin Electromagnetic Media', *IEEE Trans. Magn.*, 56, (1), pp. 1-5, 2020.
- [12] Lombardi, L., Romano, D., Antonini, G.: 'Efficient Numerical Computation of Full-Wave Partial Elements Modeling Magnetic Materials in the PEEC Method', *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 68, (3), pp. 915-925, 2020.
- [13] Le-Duc, T., Chadebec, O., Guichon, J-M., et al.: 'Coupling between partial element equivalent circuit method and an integro-differential approach for solving electromagnetics problems', *IET Sci. Meas. Technol.*, 6, (5), pp. 394-397, 2012.
- [14] Chadebec, O., Coulomb, J-L., Janet, F.: 'A review of Magnetostatic Moment Method', *IEEE Trans. Magn.*, 42, No. 4, pp. 515-520, 2006.
- [15] Krähenbühl, L., Muller, D.: 'Thin Layers in electrical engineering. Example of Shell Models in Analyzing Eddy-Currents by Boundary and Finite Element Methods', *IEEE Trans. Magn.*, 29, (2), pp. 1450-1455, 1993.
- [16] Nguyen, T-S., Le-Duc, T., Tran, T.S., et al.: 'Adaptive Multipoint Model Order Reduction Scheme for Large-Scale Inductive PEEC Circuits', *IEEE Trans. Electro. Compa.*, 59, (4), pp. 1143-1151, 2017.

(BBT nhận bài: 10/4/2020, hoàn tất thủ tục phản biện: 12/5/2020)