

ỨNG DỤNG PHÉP BIẾN ĐỔI AFIN TÍCH HỢP VÀO AUTOCAD XÁC ĐỊNH CHÍNH XÁC CHIỀU DÀI CỦA CẶP TRỤC CỦA CÁC ELÍP HÌNH CHIẾU TRỰC ĐO CỦA CÁC ĐƯỜNG TRÒN THUỘC HOẶC SONG SONG VỚI CÁC MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

APPLYING THE AFFINE TRANSFORMATION INTERGATED INTO AUTOCAD TO DETERMINE EXACTLY THE LENGTHS OF AXES PAIR OF ELLIPSES WHICH ARE AXONOMETRIC PROJECTION OF THE CIRCLES IN OR PARALLEL TO THE COORDINATE PLANES

Nguyễn Đức Sỹ¹, Tôn Nữ Huyền Trang²

¹Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật - Đại học Đà Nẵng; ndsy@ute.udn.vn

²Trường Đại học Bách khoa - Đại học Đà Nẵng; tnhtrang@dut.udn.vn

(Nhận bài: 16/11/2020; Chấp nhận đăng: 01/02/2021)

Tóm tắt - Trong học phần Hình họa và Vẽ kỹ thuật, nói chung elíp là đường cong bậc 2 giao tuyến của mặt phẳng với mặt nón hoặc mặt trụ bậc 2, nó thường được xác định bằng cặp đường kính liên hiệp là hình chiếu song song của cặp đường kính vuông góc của đường tròn. Để dựng elíp hình chiếu trực đo của đường tròn được dễ dàng thì ta phải xác định cặp trục của nó. Bài báo này đã ứng dụng phép biến đổi afin tích hợp vào AutoCAD nhằm xác định chính xác độ dài của cặp trục của các elíp hình chiếu trực đo của các đường tròn đường kính d thuộc hoặc song song với các mặt phẳng tọa độ. So với các kết quả của các phương pháp chứng minh khác được trình bày trong các giáo trình Vẽ kỹ thuật, thì kết quả nghiên cứu của bài báo này là hoàn toàn chính xác.

Từ khóa - Phép biến đổi afin; cặp trục của elíp; cặp đường kính liên hiệp; hình chiếu trực đo; AutoCAD.

1. Đặt vấn đề

Hình họa – Vẽ kỹ thuật là học phần kiến thức cơ bản, cơ sở ngành của các khối kỹ thuật. Môn học nghiên cứu các phương pháp biểu diễn các đối tượng trong không gian ba chiều lên mặt phẳng hai chiều (bản vẽ) đảm bảo tính phân chuyển, có nghĩa là xây dựng lại được đối tượng duy nhất trong không gian [1].

Phương pháp các hình chiếu vuông góc được trình bày trong giáo trình Hình họa là cơ sở của phương pháp biểu diễn vật thể thường dùng trong kỹ thuật. Các hình chiếu vuông góc chỉ thể hiện được hai chiều của vật thể. Để biểu diễn ba chiều của vật thể có tính trực quan hơn người ta đưa ra một loại hình biểu diễn dựa trên phép chiếu song song - đó là hình chiếu trực đo. Hình chiếu trực đo là loại hình biểu diễn trên một mặt phẳng thể hiện đồng thời được ba chiều của vật thể nên nổi, dễ hình dung vật thể.

Trong kỹ thuật, có hai loại hình chiếu trực đo thường dùng là Hình chiếu trực đo vuông góc và hình chiếu trực đo xiên góc. Đối với đường tròn đường kính d thuộc hoặc song song với các mặt phẳng tọa độ, nói chung có hình chiếu trực đo là elíp; Elíp này có thể dựng gần đúng bằng phương pháp hình bình hành (Parallelogram) dựa trên cặp đường kính liên hiệp đã nêu ra trong các giáo trình [2].

Để dựng các elíp này một cách chính xác trên phần mềm AutoCAD thì ta phải xác định cặp trục của elíp.

Abstract - In the Descriptive geometry or Engineering drawing course, in the general an ellipse is intersection of a plane with a conical or cylindrical surface of the second order which is usually determined by a pair of conjugate diameters that is the parallel projection of the pair of circle's perpendicular diameters. In order to easily construct the ellipse which is the axonometric projection of the circle, we must determine the axes pair of ellipse. The paper applies the affine transformation intergated into AutoCAD to determine exactly the lengths of the axes pair of the ellipses which are axonometric projection of the circles of diameter d in or parallel to the coordinate planes. Comparing with the results of other prove methods presented in the Engineering drawings, the research results of this paper are very exactly.

Key words - Affine transformation; axes pair of ellipse; pair of conjugate diameters; axonometric projection; AutoCAD.

Bài báo này trình bày cách dùng phép biến đổi afin tích hợp vào AutoCAD để xác định độ dài cặp trục của các elíp hình chiếu trực đo của các đường tròn đường kính d thuộc hoặc song song mặt phẳng tọa độ một cách dễ dàng; Kết quả nghiên cứu này phù hợp với các phương pháp chứng minh khác được trình bày trong các giáo trình Vẽ kỹ thuật từ đó giúp cho người học có thể hiểu rõ hơn bản chất của các kích thước cặp trục của các elíp mà các giáo trình Vẽ kỹ thuật đã trình bày.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Giới thiệu phép biến đổi afin

Phép biến đổi afin là một phép biến đổi, trong đó:

- Điểm biến thành ảnh là điểm.
- Đường thẳng biến thành ảnh là đường thẳng.
- Biến mặt phẳng biến thành ảnh là mặt phẳng.

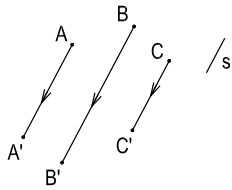
Đường thẳng nối các cặp điểm tương ứng song song một phương s ; Trục afin là đường thẳng tập hợp các điểm có ảnh và tạo ảnh trùng nhau. Các đối tượng ảnh và tạo ảnh có thể thuộc cùng một hoặc 2 mặt phẳng khác nhau.

Phép biến đổi afin được xác định bằng một trong các trường hợp sau:

- Trường hợp 1: Ba cặp điểm tương ứng (ảnh và tạo ảnh) phân biệt không thẳng hàng, (Hình 1).

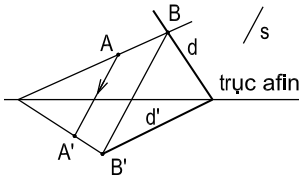
¹ The University of Danang - University of Technology and Education (Nguyen Duc Sy)

² The University of Danang - University of Science and Technology (Ton Nu Huyen Trang)



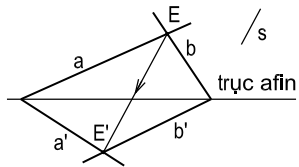
Hình 1. Ba cặp điểm tương ứng phân biệt không thẳng hàng

- Trường hợp 2: Một cặp điểm và một cặp đường thẳng tương ứng không thuộc nhau, (Hình 2).



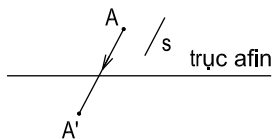
Hình 2. Một cặp điểm và một cặp đường thẳng tương ứng

- Trường hợp 3: Hai cặp đường thẳng tương ứng giao nhau, (Hình 3).



Hình 3. Hai cặp đường thẳng tương ứng giao nhau

- Trường hợp 4: Một cặp điểm tương ứng và trục của afın, (Hình 4).



Hình 4. Một cặp điểm tương ứng và trục

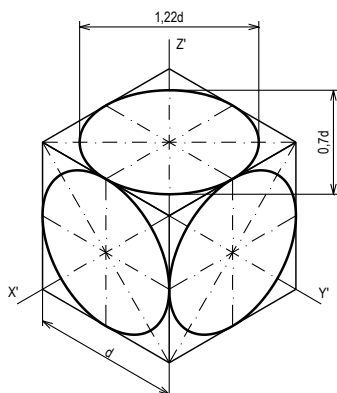
Phép biến đổi Afın có một số tính chất sau:

- Phép biến đổi afın bảo tồn tỷ số đơn của các đoạn thẳng tạo bởi ba điểm phân biệt thẳng hàng;
- Phép biến đổi afın bảo tồn tính chất song song của hai đường thẳng song song;
- Phép biến đổi afın bảo tồn tính chất tiếp tuyến.

Tương ứng afın của đường tròn nói chung là elip, và ngược lại cũng có thể dùng phép biến đổi afın một cách thích hợp để biến elip thành đường tròn [5].

2.2. Đặc điểm và tính chất của hệ trục trực đo

2.2.1. Hệ trục đo vuông góc đều



Hình 5. Độ dài cặp trục elip trong hệ trục đo vuông góc đều

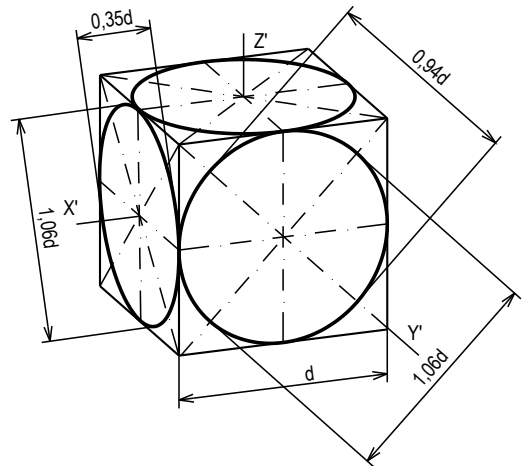
Các trục trực đo $O'x'$, $O'y'$, $O'z'$ đôi một hợp với nhau một góc 120° , hệ số biến dạng quy ước trên 3 trục bằng nhau: $p = q = r = 1$. Độ dài cặp trục của các elip hình chiếu trực đo của các đường tròn thuộc mặt phẳng tọa độ bằng nhau, (Hình 5) [2], [7].

Trong hệ này, cả ba elip hình chiếu trực đo đều có trục dài bằng $1,22d$, trục ngắn bằng $0,7d$.

2.2.2. Hệ trục đo vuông góc cân

Trên bản vẽ trục $O'z'$ luôn lấy là đường thẳng đứng, các góc trục đo: $x'O'y' = y'O'z' = 131^\circ 25'$; $z'O'x' = 97^\circ 10'$. Hệ số biến dạng quy ước: $p = r = 1$ và $q = 0,5$. Độ dài cặp trục của các elip hình chiếu trực đo của các đường tròn thuộc mặt phẳng tọa độ thể hiện như ở (Hình 6) [2], [7].

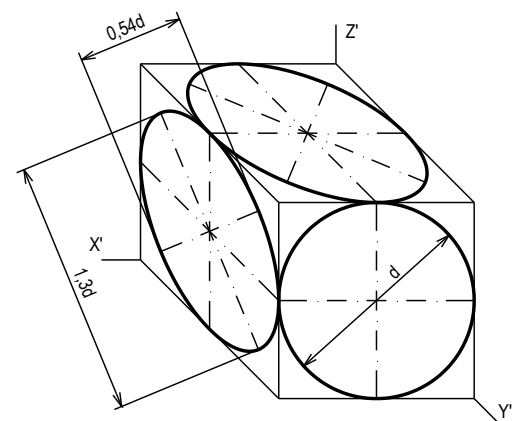
Trong hệ này, elip $\in (x'O'z')$ có trục dài bằng $1,06d$, trục ngắn bằng $0,94d$; hai elip còn lại có trục dài bằng $1,06d$ và trục ngắn bằng $0,35d$.



Hình 6. Độ dài cặp trục elip trong hệ trục đo vuông góc cân

2.2.3. Hệ trục đo xiên góc đều

Trên bản vẽ trục $O'z'$ luôn lấy là đường thẳng đứng, các góc trục đo: $x'O'y' = y'O'z' = 135^\circ$, $x'O'z' = 90^\circ$. Hệ số biến dạng quy ước: $p = q = r = 1$. Kích thước cặp trục của các elip trên các mặt phẳng tương ứng thể hiện như ở (Hình 7) [2], [7].



Hình 7. Độ dài cặp trục elip trong hệ trục đo xiên góc đều

Trong hệ này, đường tròn $\in mp(xOz)$ có hình chiếu trực đo là đường tròn, hai đường tròn thuộc 2 mặt phẳng tọa độ còn lại có hình chiếu trực đo là hai elip có trục dài bằng $1,3d$, trục ngắn bằng $0,54d$.

2.3. Xác định độ dài cặp trục của elip qua phép biến đổi afin trên phần mềm AutoCAD

2.3.1. Đối với hệ trục đo vuông góc

Trong phép chiếu trục đo, cặp đường kính vuông góc của đường tròn đường kính d thuộc mặt phẳng tọa độ nói chung chiếu thành cặp đường kính liên hiệp của elip, chúng song song với cặp trục trục đo; giả sử đường tròn đường kính $d = 100$ mm thuộc mặt phẳng tọa độ (xoy) có hình chiếu trục đo vuông góc đều là elip được xác định bằng cặp đường kính liên hiệp $EF=GH=100$, (Hình 8). Các bước thực hiện như sau:

- Qua E dựng trục $t \parallel GH$ thì t tiếp xúc với elip tại E , nếu ta chọn t làm trục afin biến đường tròn thành elip này thì t cũng tiếp xúc với đường tròn tại E ; vì đường kính $GH \parallel t$ nên qua phép biến đổi afin GH sẽ có tạo ảnh là đường kính của đường tròn có bán kính bằng $GH/2$; Từ đây ta xác định tâm O' của đường tròn tạo ảnh như sau:

- Vẽ $EO' \perp t$ và lấy $EO' = d/2 = GH/2$ với $O = EF \cap GH$

Như vậy phép biến đổi afin được xác định bởi trục t và cặp điểm tương ứng (O', O), đường thẳng $O'O$ xác định phương của phép afin.

- Dựng đường tròn tạo ảnh tâm O' , bán kính $O'E$.

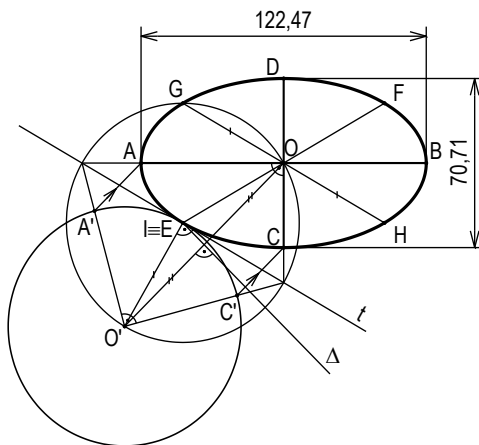
- Dựng đường trung trực Δ của OO' cắt trục t tại I , ta có $I \equiv E$.

- Dựng đường tròn tâm I bán kính $IO=IO'$, đường tròn này cắt trục t tại 2 điểm. Nối 2 điểm này với O' sẽ cắt đường tròn tâm O' tại 2 điểm A' và C' , ta nhận được 2 bán kính $O'A' \perp O'C'$.

- Từ tạo ảnh: $O'A' \perp O'C'$, qua phép biến đổi afin nêu trên ta dễ dàng xác định được ảnh: $OA \perp OC$ là hai bán trục của elip, (Hình 8).

Lấy đối xứng A và C qua tâm O sẽ được B và D ta nhận được AB và CD chính là cặp trục của elip cần dựng. Dùng lệnh **Distance** trong AutoCAD, ta xác định được $AB=1,22d$ và $CD=0,71d$, sử dụng lệnh **Dimangular** ta cũng xác định được phương trục dài $AB \perp z'$, (Hình 8).

Hoàn toàn tương tự ta cũng xác định được độ lớn của cặp trục của hai elip hình chiếu trục đo của hai đường tròn thuộc hai mặt phẳng tọa độ còn lại có cùng giá trị như (Hình 8).



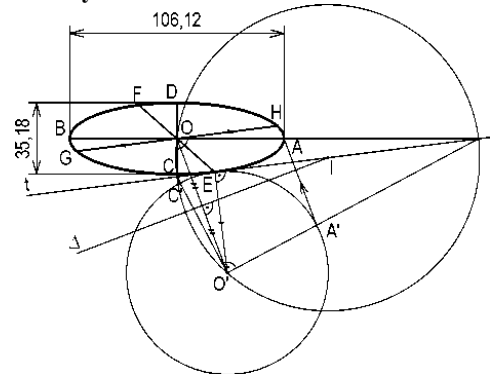
Hình 8. Xác định độ lớn cặp trục của elip hình chiếu trục đo vuông góc đều của đường tròn đường kính d thuộc $mp(xoy)$

➤ (Hình 9) – Trình bày cách xác định độ lớn cặp trục của elip HCTĐ vuông góc cân của đường tròn đường kính

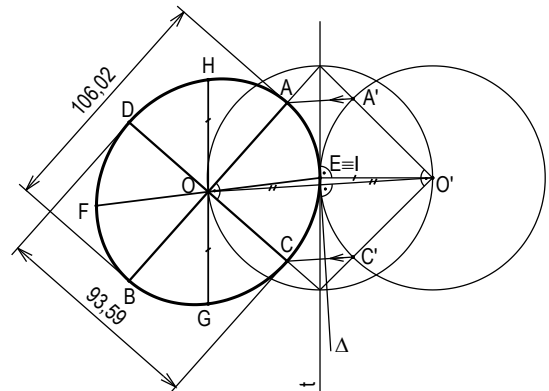
d thuộc $mp(xoy)$: $AB=1,06d$; $CD=0,35d$. Từ đây ta cũng xác định được phương trục dài $AB \perp z'$

Hoàn toàn tương tự ta cũng xác định được độ lớn của cặp trục của elip hình chiếu trục đo của đường tròn thuộc hai mặt phẳng tọa độ ($yozy$) có cùng giá trị như (Hình 9).

➤ (Hình 10) – Trình bày cách xác định độ lớn cặp trục của elip hình chiếu trục đo vuông cân của đường tròn đường kính d thuộc $mp(xoz)$: $AB=1,06d$; $CD=0,94d$ và trục dài $AB \perp y'$.

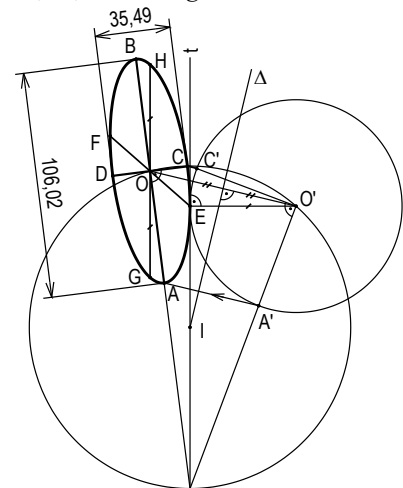


Hình 9. Xác định độ lớn cặp trục của elip hình chiếu trục đo vuông góc cân của đường tròn đường kính d thuộc $mp(xoy)$



Hình 10. Xác định độ lớn cặp trục của elip hình chiếu trục đo vuông góc cân của đường tròn đường kính d thuộc $mp(xoz)$

2.3.2. Đối với hệ trục đo xiên góc



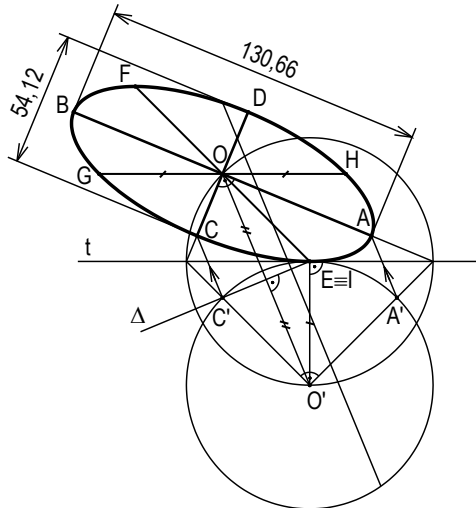
Hình 11. Xác định độ lớn cặp trục của elip hình chiếu trục đo xiên góc cân của đường tròn đường kính d thuộc $mp(yoz)$

➤ (Hình 11) – Trình bày cách xác định độ lớn cặp trục của elip HCTĐ xiên góc cân của đường tròn đường kính d

thuộc mp(yoz): $AB=1,06d$; $CD=0,35d$ và trục dài AB hợp với $z'//GH$ góc $7^{\circ}10'$ (Hình 11).

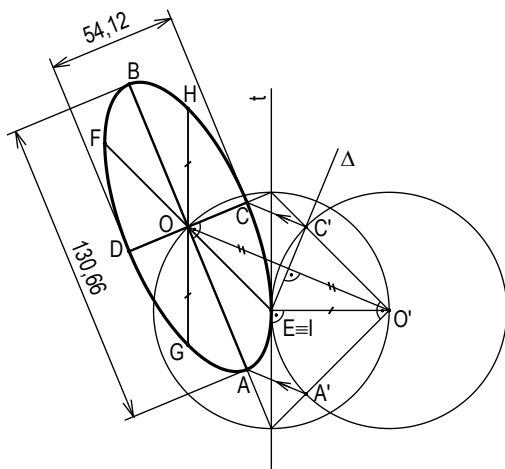
➤ Hoàn toàn tương tự ta cũng xác định được độ lớn của cặp trục của elíp hình chiếu trục đo xiên góc cân của đường tròn thuộc mặt phẳng tọa độ (xoy) có cùng giá trị như (Hình 11). Ta cũng xác định được trục dài AB hợp với $x'//GH$ góc $7^{\circ}10'$.

➤ (Hình 12) – Trình bày cách xác định độ lớn cặp trục của elíp HCTĐ xiên góc đều của đường tròn đường kính d thuộc mp(xoy): $AB=1,3d$; $CD=0,54d$ và trục dài AB hợp với $x'//GH$ góc $22^{\circ}30'$, (Hình 12).



Hình 12. Xác định độ lớn cặp trục của elíp hình chiếu trục đo xiên góc đều của đường tròn đường kính d thuộc mp(xoy)

Hoàn toàn tương tự ta cũng xác định được độ lớn của cặp trục của elíp hình chiếu trục đo xiên góc đều của đường tròn thuộc hai mặt phẳng tọa độ (yoz): $AB=1,3d$; $CD=0,54d$ và trục dài AB hợp với $z'//GH$ góc $22^{\circ}30'$, (Hình 13).



Hình 13. Xác định độ lớn cặp trục của elíp hình chiếu trục đo xiên góc đều của đường tròn đường kính d thuộc mp(yoz)

Nhận xét

Các kết quả nghiên cứu được thực hiện trên phần mềm AutoCAD cho thấy phép biến đổi afin đã cho kết quả chính xác độ lớn của cặp trục của elíp khi biến đổi từ cặp đường

kính liên hợp. Trong phần mềm AutoCAD, để vẽ elíp khi biết cặp trục, ta dùng lệnh **Ellipse** thì rất dễ dàng.

3. Kết luận

Dựa vào kết quả nghiên cứu được thực hiện qua phép biến đổi afin tích hợp trên phần mềm AutoCAD, nhóm tác giả có thể rút ra một số kết luận như sau:

- Với các kết quả đã nghiên cứu, thì qua phép biến đổi afin từ cặp đường kính liên hiệp biến đổi chính xác thành cặp trục của elíp;

- Trong phần mềm AutoCAD, ta dễ dàng xác định được độ lớn của cặp trục và góc nghiêng của trục dài của elíp hợp với các trục trục đo;

- Các kết quả nghiên cứu này chính xác giống như các giá trị đã trình bày trong các giáo trình Vẽ kỹ thuật;

- Trong quá trình học tập, sinh viên được trang bị kiến thức elíp được xác định bằng cặp đường kính liên hiệp, nó là hình chiếu song song của cặp đường kính vuông góc của đường tròn. Tuy nhiên dựa vào cặp đường kính liên hiệp thì elíp chỉ vẽ gần đúng đó bằng phương pháp hình bình hành (Parallelogram) được trình bày trong các giáo trình Vẽ kỹ thuật [2-7];

- Qua kết quả nghiên cứu này sẽ giúp cho người học hiểu rõ hơn cách biến đổi cặp đường kính liên hiệp của elíp thành cặp trục của nó. Từ đó elíp được vẽ một cách dễ dàng và chính xác hơn;

- Hướng phát triển tiếp theo có thể vận dụng phép biến đổi afin này để dựng các cặp đường sinh bao hình chiếu trục đo của các hình trụ.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được tài trợ kinh phí bởi Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật – Đại học Đà Nẵng trong đề tài có Mã số T2020-06-160.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Đức Sỹ, Dương Thọ, Tôn Nữ Huyền Trang, *Hình học họa hình*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2018.
- [2] Nguyễn Độ, *Giáo trình Vẽ kỹ thuật*. Nhà xuất bản Xây dựng Hà Nội, 2008.
- [3] Nguyễn Quang Cự, Đoàn Như Kim, *Vẽ kỹ thuật xây dựng*, Nhà xuất bản Giáo dục Hà Nội, 2001.
- [4] Trần Hữu Quế, *Vẽ kỹ thuật cơ khí, Tập 1*, Nhà xuất bản Giáo dục Hà Nội, 2001.
- [5] Nguyễn Độ, “Ứng dụng phép afin phối cảnh trong bài toán giao của mặt phẳng với mặt nón Elliptic bậc hai”, *Tập san Khoa học- Trường Đại học Bách khoa Đà Nẵng*, Số 6/1991, Trang 92-97.
- [6] Trần Hồng Hải, “Nghiên cứu và vận dụng phép thấu xạ afin trong dạy bài toán biểu diễn đường elíp trong Hình học họa hình nhằm nâng cao năng lực biểu diễn hình học cho sinh viên”, *Tạp chí Giáo dục*, Số đặc biệt tháng 9/2018, Trang 134-137.
- [7] Joseph William Giachino and Henry John Beukema, *Engineering Technical Drafting and Graphics*, American Technical Society, 1972.
- [8] J.M. Bleux, *Dessin industriel*, Editions Nathan, 1996.
- [9] Rendow Yee, *Architectural drawing*, JOHN WILEY INC, Newyork, 1998.
- [10] Venkata Reddy, *Engineering Drawing*, B. S. Publications, 2008.
- [11] R. K. Dhawan, *Engineering Drawing*, S. Chand Publishing, 2012.
- [12] И.В. Манцвотова, Д.Ю. Маянц, К.Я. Галиченко, К.К. Ляшевнич, *Проекционное черчение с задачами*. - 3-е изд., перераб. и доп. - Минск: Вышэйш Школа, 1978.