

# PHÂN NHÁNH CHU KỲ KÉP, HẰNG SỐ FEIGENBAUM TRONG HỆ TRUYỀN ĐỘNG ĐỘNG CƠ KHÔNG ĐỒNG BỘ XOAY CHIỀU BA PHA

## PERIOD-DOUBLING BIFURCATION AND FEIGENBAUM CONSTANTS IN THREE-PHASE AC INDUCTION MOTOR DRIVES

Đỗ Hoàng Ngân Mi<sup>1\*</sup>, Lê Tiến Dũng<sup>2</sup>, Nguyễn Phùng Quang<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật - Đại học Đà Nẵng

<sup>2</sup>Trường Đại học Bách khoa - Đại học Đà Nẵng

<sup>3</sup>Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

\*Tác giả liên hệ: dhnmi@ute.udn.vn

(Nhận bài: 07/9/2020; Chấp nhận đăng: 22/12/2020)

**Tóm tắt** - Dựa trên lý thuyết hỗn loạn về hằng số Feigenbaum, biểu đồ phân nhánh, bài báo đi vào tìm hiểu hành vi hỗn loạn của một hệ động lực cụ thể - động cơ không đồng bộ rotor lồng sóc (IM). Bằng cách thay đổi tham số của hệ đề nhận diện ra trạng thái hỗn loạn của đối tượng và nguyên nhân gây ra trạng thái trên. Trạng thái này được minh chứng qua biểu đồ phân nhánh chu kỳ kép, kết hợp với hằng số Feigenbaum đánh dấu sự chuyển tiếp giữa các trạng thái. Khi sự phân chia liên tiếp xảy ra trở nên dày đặc hệ rơi vào trạng thái hỗn loạn có tập hút. Từ các kết quả tính toán và mô phỏng, bài báo xác định được vùng tham số hỗn loạn của đối tượng khi xảy ra phân nhánh.

**Từ khóa** - Động cơ không đồng bộ; lý thuyết hỗn loạn; biểu đồ phân nhánh; hằng số Feigenbaum; mũ Lyapunov; tập hút

### 1. Đặt vấn đề

Nếu nghiệm của hệ động lực bị giam hãm trong một miền giới hạn trong không gian trạng thái thì một là trạng thái ổn định do mất năng lượng hay tiêu tán bởi ma sát, hai là trạng thái dao động tuần hoàn. Tuy nhiên, trong thực tế còn tồn tại một trạng thái phức tạp hơn không phải hai dạng trên được gọi là Chaos (hỗn loạn). Từ “Chaos” bắt nguồn từ tiếng Hy Lạp  $\chi α ω δ η ς$  nghĩa là “một trạng thái thiếu trật tự” rối loạn và chuyển động bất thường tạm thời, tuân theo quy luật [1]. Và theo từ điển Oxford, hỗn loạn là “hành vi của hệ thống tuân theo các định luật xác định nhưng rất khó đoán trước như nhiễu, đặc biệt nhạy cảm với sự thay đổi nhỏ của các tham số hoặc phụ thuộc vào các biến độc lập”.

Về cơ bản hỗn loạn có 4 tính chất [2]:

- Phi tuyến: Xảy ra trong các hệ thống động lực phi tuyến hay các hệ thống thể hiện nhất định mức độ phi tuyến.

- Tất định: Có thể được dự đoán trước bằng những phương trình tất định đơn giản, xác định được miền các tham số tương ứng với nghiệm hỗn loạn. Tức là hỗn loạn tuân theo một hay nhiều phương trình xác định, không có yếu tố ngẫu nhiên, xác suất.

- Nhạy cảm với điều kiện ban đầu: Những sai khác rất nhỏ ở đầu vào của hệ thống, bị khuếch đại theo hàm mũ và tạo nên sự khác nhau rất lớn ở đầu ra.

- Không tuần hoàn: Quỹ đạo là không tuần hoàn nhưng tuân theo một quy luật hay nguyên tắc nào đó, ví dụ: có tập hút, ...

**Abstract** - Based on chaos theory about Feigenbaum constant, bifurcation diagram, the study provides a numerical approach to understand better the dynamical behavior of a rotor field oriented control of induction motor (IM). The change that affects the dynamics and stability under small variations of parameters are the reason for the chaotic system. This state is evidenced by the bifurcation diagram, combined with the Feigenbaum constant marking the transition between states. When the successive division became dense, this drives fell into a chaotic state with an attraction. From the results of calculations and simulations, the paper determines the chaotic parameter region of IM when bifurcation occurs.

**Key words** - Induction motor (IM); Chaos theory; bifurcation diagram; Feigenbaum constants; Lyapunov exponents; strange attractors

Có thể thấy được hỗn loạn tuân theo quy tắc toán học, nếu biết được chính xác các điều kiện ban đầu và có thể dễ dàng xác định kết quả đầu ra. Nhưng sự thay đổi dù rất nhỏ ở bất kỳ điều kiện ban đầu nào cũng sẽ tạo ra sự thay đổi lớn ở kết quả đầu ra, dẫn đến dự đoán kết quả đầu ra về lâu dài trở nên bất khả thi. Chính vì điều này mà trong một thời gian dài hỗn loạn khó phát hiện và đôi khi bị nhầm lẫn với nhiễu.

Có nhiều phương pháp khác nhau để xác định hỗn loạn: Đáp ứng thời gian, biểu đồ pha, phân tích phổ Fourier, bản đồ PoinCaré, biểu đồ phân nhánh, số mũ Lyapunov, ... Trong đó, biểu đồ phân nhánh có mối liên hệ chặt chẽ với hỗn loạn [3], mô tả những thay đổi về quỹ đạo của một hệ và trong vùng tham số hỗn loạn biểu đồ phân nhánh thu nhận được các điểm dày đặc đặc trưng cho hành vi phức tạp – hỗn loạn của đối tượng.

Xét riêng những nghiên cứu về hệ truyền động điện sử dụng động cơ không đồng bộ (IM): Đầu tiên là vào năm 1989 hiện tượng hỗn loạn trong hệ thống biến tần PWM của Kuroe và Hayashi [4], trong những điều kiện nhất định gây ra rung động bất thường trong hệ thống. Nghiên cứu sâu bởi Nagy, Suto năm 1996 [5] qua bộ thí nghiệm truyền động đơn giản sử dụng nguồn áp và điều khiển bằng dòng dung sai. Sau đó, các nghiên cứu mở rộng về quan sát điểm phân nhánh của Bazanella và Reginatto năm 2000 [6] để nhận định về hiện tượng hỗn loạn của đối tượng IM theo tham số, phân tích phân nhánh nút yên, Hopf do sai số ước

<sup>1</sup> The University of Danang - University of Technology and Education (Do Hoang Ngan Mi)

<sup>2</sup> The University of Danang - University of Science and Technology (Le Tien Dung)

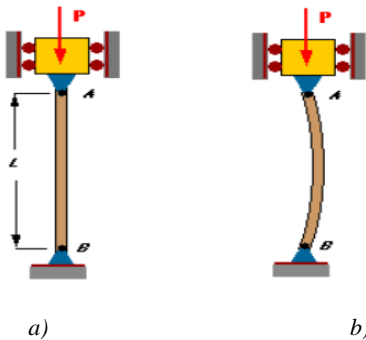
<sup>3</sup> Hanoi University of Science and Technology (Nguyen Phung Quang)

tính hằng số thời gian rotor. Hay sử dụng tốc độ có tính chu kỳ sin để tạo ra chuyển động hỗn loạn của Gao và Chau năm 2003 [7] xem xét trạng thái làm việc của hệ thống IM. Và vào năm 2018 là nghiên cứu phân tích và dự đoán phân nhánh nút yên, Hopf, Bogdanov-Takens gây ra bởi sự thay đổi momen tải được Jain, Ghosh và Maity nghiên cứu [8]; ... Chính vì vậy, có thể nhận định chắc chắn, hệ truyền động động cơ không đồng bộ - đối tượng của bài báo hướng đến là hệ hỗn loạn ở những điều kiện nhất định. Nguyên nhân có thể là do tác động bên ngoài như nhiệt độ, tuổi thọ, lỗi ước tính và các nguyên nhân môi trường khác, ... hay do các tham số của đối tượng (điện trở; điện cảm; điện cảm tản hai phía rotor, stator; hồ cảm, ...) thay đổi ảnh hưởng đến các chất lượng điều khiển RFOC và đến vùng tham số nhất định có thể dẫn đến hiện tượng hỗn loạn, ảnh hưởng đến chất lượng hệ thống cũng như hiệu suất.

Bài báo này sẽ chỉ đi vào phân tích hiện tượng phân nhánh chu kỳ kép xảy ra trong hệ IM. Điểm mới của bài báo là chứng minh sự tồn tại của hằng số Feigenbaum trong biểu đồ phân nhánh trạng thái của hệ IM và tính xác định của hiện tượng hỗn loạn tại các điểm, vùng tham số hỗn loạn.

## 2. Phân nhánh

Hỗn loạn chỉ xảy ra trong hệ động lực phi tuyến, tuân theo các định luật xác định và có nhiều phương pháp khác nhau để nhận định hỗn loạn trong đó có biểu đồ phân nhánh.



Hình 1. a) Dầm ổn định; b) Tải trọng tới hạn

Từ phân nhánh [9] là một từ gốc Pháp xuất hiện năm 1885 do Henri Poincaré đặt ra, có nghĩa là “sự tách đôi” xuất hiện tại các giá trị đặc biệt của quỹ đạo pha hay sự thay đổi đột biến số lượng điểm cố định của hệ động lực khi một tham số của hệ tiến qua một giá trị tới hạn (giá trị phân nhánh). Phân nhánh là một khái niệm rất quan trọng trong việc nghiên cứu các hệ động lực phi tuyến phụ thuộc vào nhiều tham số. Mỗi tham số lại có giá trị phân nhánh riêng và do đó hệ có thể có những diễn biến vô cùng phức tạp. Hình 1 là ví dụ cho sự tới hạn của việc ổn định, sự uốn cong của một thanh dầm hồi thẳng đứng chịu tải trọng đặt tại một đầu, còn đầu kia găm chặt xuống nền. Với tải trọng nhỏ, thanh vẫn cân bằng ở vị trí thẳng đứng (Hình 1a). Tăng dần tải trọng cho tới giá trị tới hạn (giá trị phân nhánh, điểm phân nhánh) thanh bị uốn cong (Hình 1b) và vượt quá giá trị tới hạn thanh sẽ bị đứt gãy làm đôi hay còn gọi là phân nhánh đôi.

Phân nhánh đóng vai trò trong việc định tính (sự chuyển tiếp giữa các quỹ đạo) và định lượng được vùng tham số xảy ra hiện tượng hỗn loạn.

Có thể phân phân nhánh thành hai loại:

- Phân nhánh cục bộ: xảy ra khi tham số thay đổi làm cho điểm cân bằng thay đổi nhưng bị giới hạn trong phạm vi lân cận. Một số phân nhánh cục bộ cơ bản: nút yên, phân nhánh chuyển trạng thái, phân nhánh chu kỳ kép, phân nhánh Hopf.

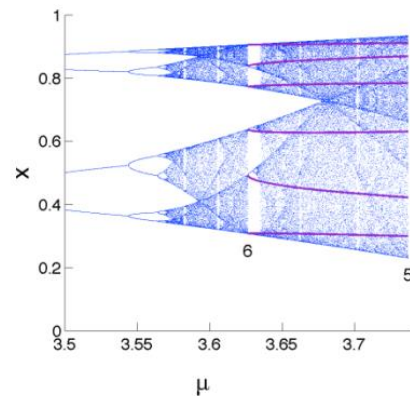
- Phân nhánh toàn cục: xuất hiện khi các tập bất biến “va chạm” với nhau hay với điểm cân bằng của hệ thống phá vỡ hình thái của các quỹ đạo. Một số phân nhánh toàn cục: phân nhánh đường tròn giới hạn va chạm nút yên, phân nhánh đường tròn giới hạn va chạm với một hay nhiều nút yên, phân nhánh vô hạn tuần hoàn trong đó nút ổn định và nút yên cùng xuất hiện đồng thời trên đường tròn giới, phân nhánh đường tròn giới hạn va chạm với một đường tròn phi hyperbolic.

## 3. Phân nhánh chu kỳ kép và hằng số Feigenbaum

### 3.1. Phân nhánh chu kỳ kép

Là phân nhánh mà tại một giá trị nhất định của tham số phân nhánh hệ có hai giá trị phân nhánh, rẽ ra hai hướng khác nhau. Và khi đến một giá trị nhất định nằm trong vùng hỗn loạn, sự phân nhánh diễn ra liên tục làm cho hệ thống rơi vào vùng hỗn loạn.

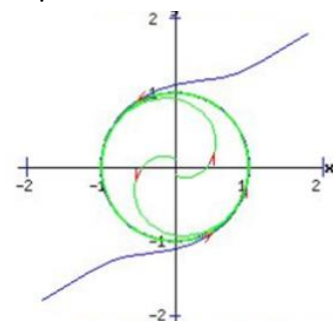
Tỉ lệ giữa các điểm phân nhánh thỏa mãn hằng số Feigenbaum.



Hình 2. Phân nhánh chu kỳ kép điển hình [10]

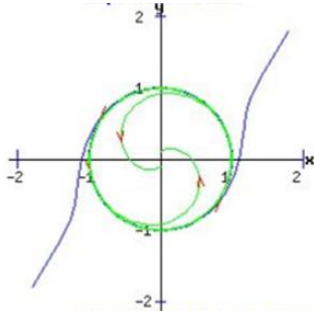
Phân làm hai dạng:

+ Phân nhánh chu kỳ kép siêu tới hạn (supercritical period doubling bifurcations) có đường tròn giới hạn ổn định tại điểm cân bằng không ổn định. Lúc này từ các giá trị ban đầu khác nhau ở trong đường tròn hay ngoài đường tròn theo thời gian di chuyển quỹ đạo của hệ về đường tròn giới hạn.



Hình 3. Phân nhánh chu kỳ kép siêu tới hạn điển hình

+ Phân nhánh chu kỳ kép dưới tới hạn (subcritical period doubling bifurcations) có đường tròn giới hạn không ổn định tại điểm cân bằng ổn định. Trong trường hợp này từ các giá trị ban đầu khác nhau ở trong đường tròn theo thời gian sẽ di chuyển về điểm cân bằng. Nếu các giá trị ban đầu ở ngoài đường tròn theo thời gian di chuyển xa đường tròn giới hạn.



Hình 4. Phân nhánh chu kỳ kép dưới tới hạn điển hình

### 3.2. Hằng số Feigenbaum

Năm 1978, Mitchell Jay Feigenbaum công bố hằng số Feigenbaum là tỉ lệ giữa các điểm phân nhánh trong bài “Định lượng của một lớp phi tuyến chuyên đổi” [11].

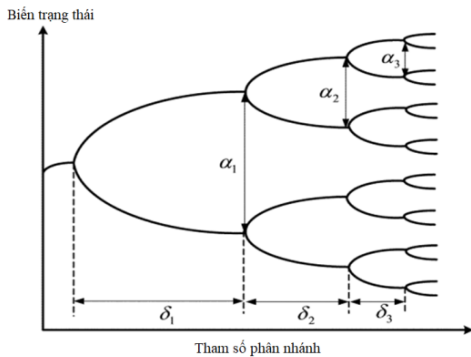
Ở Hình 5 hằng số thứ nhất  $\delta$  đặc trưng cho tỷ lệ khoảng cách giữa hai lần phân nhánh liên tiếp, được tính bởi công thức [11]:

$$\delta = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\delta_k}{\delta_{k+1}} = 4,669201609 \dots \quad (1)$$

Hằng số thứ hai  $\alpha$  [11]:

$$\alpha = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\alpha_k}{\alpha_{k+1}} = 2,502907875 \dots \quad (2)$$

Hằng số Feigenbaum chứa đựng tính chất thứ 2 của hỗn loạn đó là bất định, mô tả sự chuyển đổi từ hệ động lực thông thường sang hỗn loạn với một loạt phản ứng phân nhánh theo chu kỳ.



Hình 5. Hằng số Feigenbaum

## 4. Phân tích tính ổn định của hệ truyền động động cơ không đồng bộ ba pha

Từ [12] phương trình từ thông stator của động cơ không đồng bộ xoay chiều ba pha (IM):

$$\begin{cases} \frac{d\psi'_{rd}}{dt} = \frac{1}{T_r} i_{sd} - \frac{1}{T_r} \psi'_{rd} + (\omega_s - \omega) \psi'_{rq} \\ \frac{d\psi'_{rq}}{dt} = \frac{1}{T_r} i_{sq} - (\omega_s - \omega) \psi'_{rd} - \frac{1}{T_r} \psi'_{rq} \end{cases} \quad (3)$$

Với:

- $\psi'_{rd}, \psi'_{rq}$ : Thành phần từ thông stator trên trục  $d, q$ .

- $i_{sd}, i_{sq}$ : Thành phần dòng điện stator trong hệ tọa độ  $dq$ .
- $\omega_s, \omega$ : Vận tốc mạch stator, rotor.
- $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ : hằng số thời gian rotor.
- $\Psi'_{rq} = \frac{\Psi_{rq}}{L_m}, \Psi'_{rd} = \frac{\Psi_{rd}}{L_m}$

Kết hợp với phương trình phương trình cơ khí (có xét đến tổn hao ma sát):

$$m_M \dot{\omega} = m_w + R_\omega \omega + J \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

$$\text{Hay } \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (m_M - m_w - R_\omega \omega) \quad (5)$$

Với:

- $J$ : momen quán tính.
- $m_M, m_w$ : momen tải, cơ của động cơ.
- $R_\omega$ : hệ số ma sát.

Hệ phương trình của IM xét hệ trên hệ tọa độ  $dq$  kết hợp với bộ điều khiển PI cho tốc độ:

$$i_{sq} = k_p (\omega^* - \omega) + k_i \int_0^t (\omega^* - \omega) dt \quad [13], [2]:$$

$$\begin{cases} \frac{d\psi'_{rq}}{dt} = -\frac{R_r}{L_r} \psi'_{rq} - \omega_r \psi'_{rd} + \frac{L_m}{L_r} R_r i_{sq} \\ \frac{d\psi'_{rd}}{dt} = -\frac{R_r}{L_r} \psi'_{rd} + \omega_r \psi'_{rq} + \frac{L_m}{L_r} R_r i_{sd} \\ \frac{d(\omega^* - \omega)}{dt} = \frac{z_p R_\omega}{J} \omega - \frac{z_p}{J} c \\ \frac{di_{sq}}{dt} = \frac{k_p z_p R_\omega}{J} \omega - \frac{k_p z_p}{J} c + k_i (\omega^* - \omega) \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{Đặt } x_1 = \psi'_{rq}, x_2 = \psi'_{rd}, x_3 = \omega^* - \omega = \omega_{sl}, x_4 = i_{sq},$$

$$k_1 = \frac{1}{T_r} = \frac{R_r}{L_r}, k_2 = \frac{L_m}{L_r} R_r, k_3 = \frac{z_p R_\omega}{J}, k_4 = \frac{z_p}{J},$$

$$k_5 = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r} z_p, k_6 = \frac{\Psi_{rd}}{L_m} = i_{sd}, k = \frac{\bar{k}_1}{k_1},$$

$$c = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r} z_p (i_{sq} \Psi_{rd} - i_{sd} \Psi_{rq}) - m_w.$$

Phương trình (6) trở thành:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -k_1 x_1 - \frac{k k_1}{k_6} x_2 x_4 + k_2 x_4 \\ \frac{dx_2}{dt} = \frac{k k_1}{k_6} x_1 x_4 - k_1 x_2 + k_2 k_6 \\ \frac{dx_3}{dt} = -k_4 l - k_3 x_3 \\ \frac{dx_4}{dt} = -k_p k_4 l + (k_i - k_p k_3) x_3 \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{Với } l = k_5 (x_2 x_4 - k_6 x_1) - m_w - \frac{k_3}{k_4} \omega^*$$

Điểm cân bằng của hệ (7) được xác định:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{x_2 x_4}{k_6} - \frac{m_w}{k_5 k_6} - \frac{k_3 \omega^*}{k_4 k_5 k_6} \\ x_2 = \frac{m_w + k_3 \omega^* + k_2 x_4}{\frac{k_5 k_6}{k_4 k_5 k_6} + \frac{k_1}{k_6 + k_6}} \\ x_3 = 0 \\ a_1 x_4^3 + a_2 x_4^2 + a_3 x_4 + a_4 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{Với } a_1 = k k_2; \quad a_2 = -\frac{k^2 k_1 m_w}{k_5 k_6} - \frac{k^2 k_1 k_3 \omega^*}{k_4 k_5 k_6};$$

$$a_3 = k k_2 k_6^2; \quad a_4 = -\frac{k_1 k_6 m_w}{k_5} - \frac{k_1 k_3 k_6 \omega^*}{k_4 k_5} \text{ và tham số hệ:}$$

$$k_1 = 13,67; \quad k_2 = 1,56; \quad k_3 = 0,59; \quad k_4 = 1176; \\ k_5 = 2,86; \quad k_6 = 4; \quad k_p = 0,001; \quad k_i = 0,55;$$

$\omega^* = 181,1 \text{ rad/s}$ .

Xét:

$$a_1 x_4^3 + a_2 x_4^2 + a_3 x_4 + a_4 = 0 \quad (9)$$

- Nếu  $\Delta > 0$  tương đương suy ra  $5,6855 \leq k$  (loại do tỉ lệ hằng số rotor khó xây ra);

- Nếu  $\Delta = 0$ ,  $k = 0$  thì  $k = 5,6855$  (loại do tỉ lệ hằng số rotor quá lớn khó xây ra);

- Nếu  $\Delta < 0$  thì  $0 < k < 5,6855$  phương trình có một nghiệm duy nhất với

$$x_4 = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{3a} (\sqrt[3]{\sqrt{\Delta} + \sqrt{\Delta^2 + 1}} + \sqrt[3]{-\sqrt{\Delta} - \sqrt{\Delta^2 + 1}}) - \frac{b}{3a};$$

Vậy hệ (7) có duy nhất một điểm cân bằng thực  $E_1$  với điều kiện  $k < 5,6855$ .

Từ đây ta xét tính ổn định của điểm ổn định thông qua ma trận Jacobian và các giá trị riêng từ đa thức đặc trưng.

$$|\lambda I - J| = \begin{vmatrix} -k_1 - \lambda & -\frac{kk_1x_4}{k_6} & 0 & k_2 - \frac{kk_1x_2}{k_6} \\ \frac{kk_1x_4}{k_6} & -k_1 - \lambda & 0 & \frac{kk_1x_1}{k_6} \\ k_4k_5u_2^0 & k_4k_5x_4 & -c_3 - \lambda & -k_4k_5x_2 \\ k_p k_4 k_5 u_2^0 & -k_p k_4 k_5 x_4 & k_1 - k_p k_3 & -k_p k_4 k_5 x_2 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 \quad (10)$$

Chọn  $m_w$  làm tham số phân nhánh.

- Trường hợp  $m_w = 0$ :

Hệ (7) có một điểm cân bằng:

$$E_1(-0,005421; 0,456379; 0; 0,022099)$$

Từ đây xét tính ổn định của điểm cân bằng  $E_1$  thông qua các giá trị riêng từ đa thức đặc trưng của ma trận  $J_{E_1}$ :

$$|\lambda - J_{E_1}| = -\lambda^4 - 29,464969\lambda^3 - 1134,36873\lambda^2 - 48907,803735\lambda - 497064,742482 \quad (11)$$

Hệ trên có 2 nghiệm thực có giá trị âm:  $\lambda_1 = -28,438207$ ;  $\lambda_2 = -13,675171$  và 2 nghiệm phức có phần thực dương:  $\lambda_3 = 6,324204 - 35,187257i$ ;  $\lambda_4 = 6,324204 + 35,187257i$ . Vì  $\lambda_3, \lambda_4$  là những nghiệm phức liên hợp có phần thực dương nên điểm cân bằng  $E_1$  không ổn định.

- Trường hợp  $m_w = 0,3$ :

Hệ (7) có một điểm cân bằng:

$$E_2(0,023306; 0,454721; 0; -0,095527)$$

Xét tính ổn định của điểm cân bằng  $E_2$  thông qua các giá trị riêng từ đa thức đặc trưng của ma trận  $J_{E_2}$ :

$$|\lambda I - J_{E_2}| = \lambda^4 + 29,4594\lambda^3 + 1132\lambda^2 + 48735\lambda + 49733 \quad (12)$$

Hệ trên có 4 nghiệm:

$$\lambda_5 = -28,343672; \lambda_6 = -13,767039;$$

$$\lambda_7 = 6,325661 - 35,135716i;$$

$$\lambda_8 = 6,325661 + 35,135716i.$$

Vì  $\lambda_5, \lambda_6$  âm nhưng  $\lambda_7, \lambda_8$  là nghiệm phức liên hợp có phần thực dương nên điểm cân bằng  $E_2$  không ổn định.

Tương tự, khi tăng giá trị  $m_w$  từ 0 đến 3 N.m thu được những điểm cân bằng không ổn định.

Kết hợp tính số mũ Lyapunov theo phương pháp của Alan Wolf [14] để làm rõ hơn hành vi của hệ thống

$$\lambda_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log_2 \frac{p_i(t)}{p_i(0)} \quad (13)$$

Khi  $m_w = 0$  số mũ Lyapunov lớn nhất  $\lambda_1 = 0,161708$  mang giá trị dương. Và  $m_w = 0,3$  số mũ Lyapunov lớn nhất  $\lambda_1 = 0,478019$  mang giá trị dương. Các giá trị khác được tính toán số thể hiện rõ thông qua mô phỏng ở Hình 6b.

## 5. Tính toán hằng số Feigenbaum và mô phỏng phân nhánh chu kỳ kép, hỗn loạn trong hệ truyền động điện sử dụng động cơ IM

Biểu đồ phân nhánh (Hình 6) mô tả sự thay đổi các quỹ đạo của hệ thống khi tham số phân nhánh  $m_w$  biến thiên, dễ dàng nhận thấy quỹ đạo liên tiếp từ một đường cong kín chia nhỏ ra thành 2 bắt đầu từ giá trị 0,238401 và từ giá trị 0,390374 quỹ đạo phân làm 4 đường cong móc vòng vào nhau tạo thành một đường cong kín, tiếp tục phân chia tại giá trị 0,422917; ... và có 2 vùng tham số hỗn loạn từ 0,466705 đến 0,600109 và từ 1,457142 đến 1,983074. Trong vùng này, hệ IM sẽ mang đầy đủ các tính chất của một hệ hỗn loạn, các biến trạng thái có những hành vi vô cùng phức tạp.

Xét Hình 6 trong khoảng (0,238401; 0,422917) theo công thức (1) và (2) ta có:

$$\delta_{11} = \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{0,390374 - 0,238401}{0,422917 - 0,390374} = 4,669913 \quad (14)$$

$$\alpha_{11} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{5,430162 - 4,917589}{5,642592 - 5,437902} = 2,504142 \quad (15)$$

$$\alpha_{12} = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} = \frac{5,430162 - 4,917589}{4,995968 - 4,805136} = 2,685991 \quad (16)$$

Và trong khoảng (2,120977; 2,272051) từ (1) và (2) có được:

$$\delta_{22} = \frac{\delta_3}{\delta_4} = \frac{2,272051 - 2,162143}{2,162143 - 2,120977} = 2,669873 \quad (17)$$

$$\alpha_{21} = \frac{\alpha_4}{\alpha_5} = \frac{3,231081 - 2,479528}{3,489728 - 3,240161} = 3,011427 \quad (18)$$

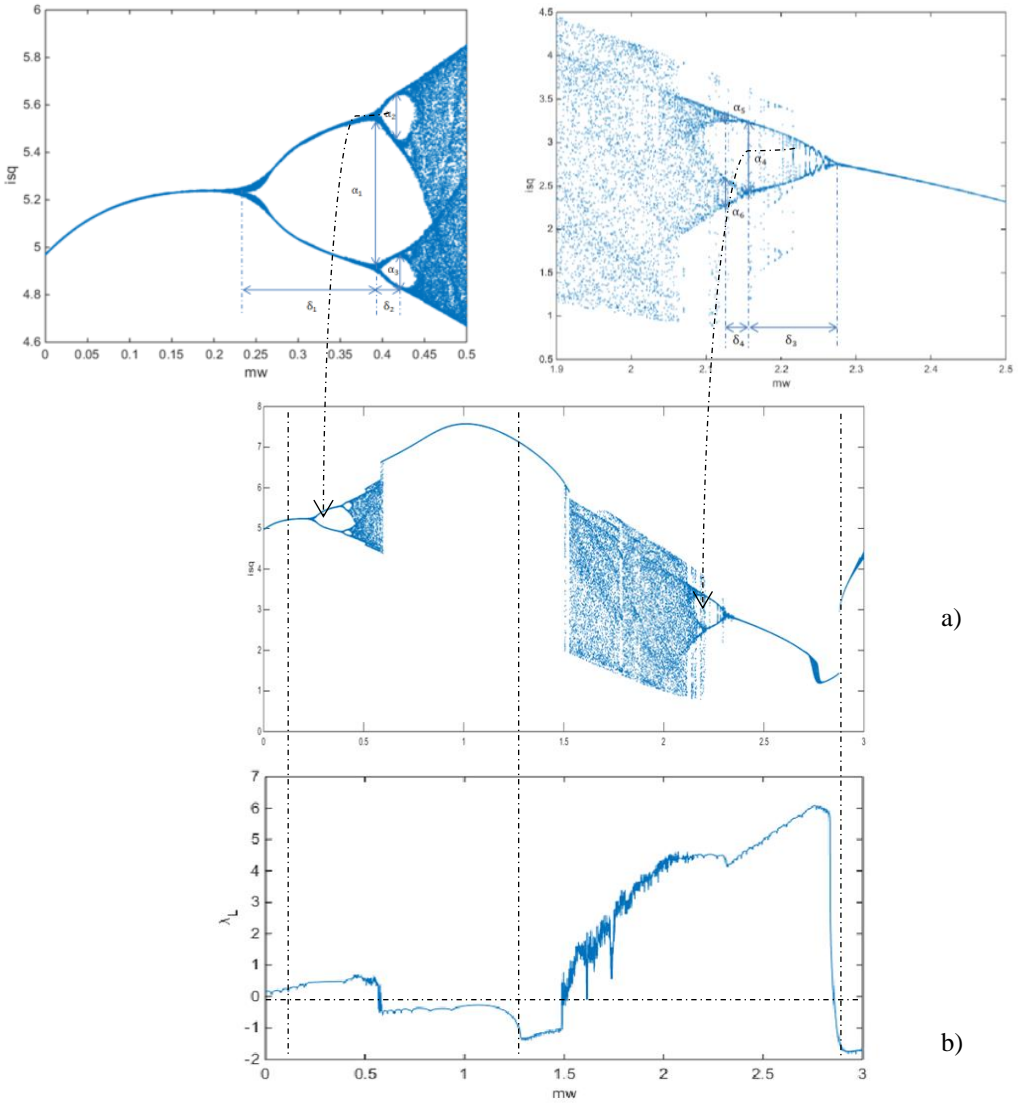
$$\alpha_{22} = \frac{\alpha_4}{\alpha_6} = \frac{3,231081 - 2,479528}{2,526043 - 2,247024} = 2,693554 \quad (19)$$

có giá trị xấp xỉ gần bằng với hằng số Feigenbaum (trung bình cộng của các khoảng cách chuyển tiếp trạng thái). Từ tỉ lệ này có thể dễ dàng xác định các giá trị chuyển tiếp tiếp theo, nhưng càng về sau (trong vùng tham số hỗn loạn) khoảng cách  $\delta$  và  $\alpha$  có giá trị nhỏ dần và sự phân tách diễn ra liên tục khiến cho hệ có biểu hiện vô cùng phức tạp thể hiện qua sự xuất hiện dày đặc các điểm, tương ứng là quỹ đạo xuất hiện tập hút (Hình 13).

Đồng thời tiến hành mô phỏng các giai đoạn chuyển tiếp trạng thái bằng biểu đồ phân nhánh kết hợp sự biến thiên của số mũ Lyapunov lớn nhất để thấy rõ hơn hành vi của đối tượng. Kết quả ở Hình 6 thể hiện rõ, trong vùng tham số hỗn loạn các điểm xuất hiện dày đặc, kèm theo là sự thay đổi liên tục của số mũ Lyapunov.

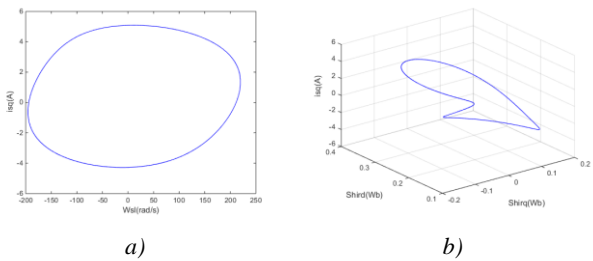
Biểu đồ pha là một đường cong kín (Hình 7) nên dao động là dao động tuần hoàn, do đó đáp ứng thời gian thu được dao động điều hòa duy nhất của biến trạng thái (Hình 8).

Biểu đồ pha là hai đường cong kín (Hình 9) nên dao động là dao động tuần hoàn với hai thành phần điều hòa thu được trên đáp ứng thời của biến trạng thái (Hình 10).



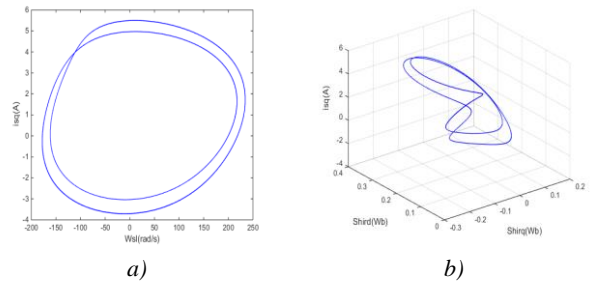
**Hình 6.** a) Biểu đồ phân nhánh  $i_{sq}$  và b) Sự biến thiên số mũ Lyapunov lớn nhất khi  $m_w$  có giá trị thay đổi từ 0 đến 3

- Trường hợp  $m_w = 0$

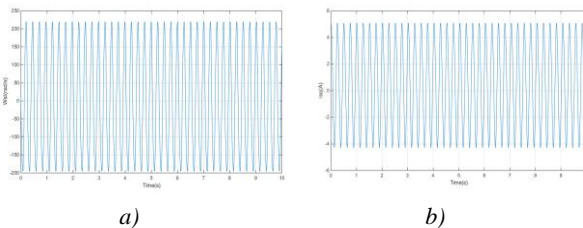


**Hình 7.** Biểu đồ pha giữa a)  $i_{sq}$  và  $\omega_{sl}$ ; b)  $i_{sq}$ ,  $\Psi_{rd}$  và  $\Psi_{rq}$  khi  $m_w = 0$

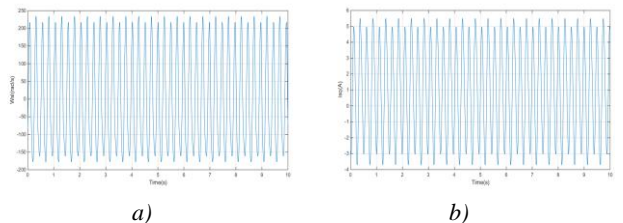
- Trường hợp  $m_w = 0,3$



**Hình 9.** Biểu đồ pha giữa a)  $i_{sq}$  và  $\omega_{sl}$ ; b)  $i_{sq}$ ,  $\Psi_{rd}$  và  $\Psi_{rq}$  khi  $m_w = 0,3$



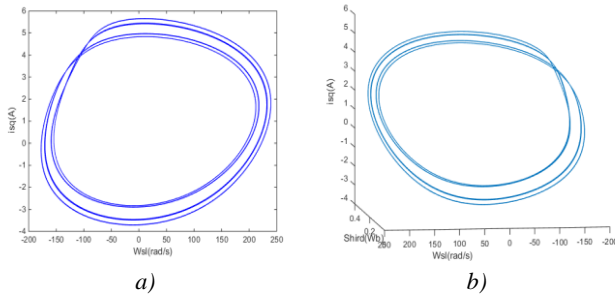
**Hình 8.** Đáp ứng thời gian: a)  $\omega_{sl}$ , b)  $i_{sq}$  khi  $m_w = 0$



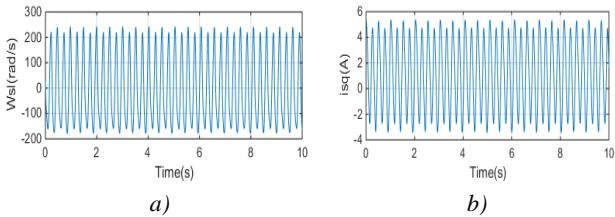
**Hình 10.** Đáp ứng thời gian: a)  $\omega_{sl}$ , b)  $i_{sq}$  khi  $m_w = 0,3$



- Trường hợp  $m_w = 0,391$



**Hình 11.** Biểu đồ pha giữa a)  $i_{sq}$  và  $\omega_{sl}$ ;  
b)  $i_{sq}$ ,  $\Psi_{rd}$  và  $\Psi_{rq}$  khi  $m_w = 0,391$

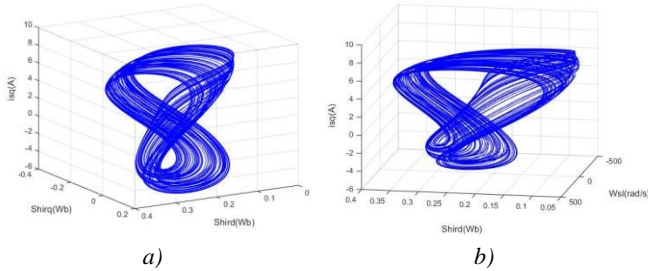


**Hình 12.** Đáp ứng thời gian: a)  $\omega_{sl}$ , b)  $i_{sq}$  khi  $m_w = 0,391$

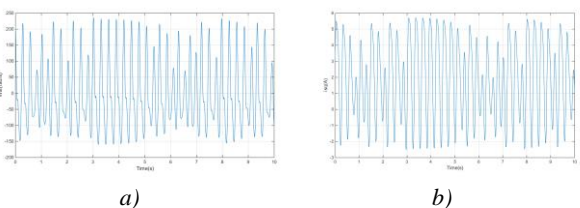
Biểu đồ pha là bốn đường cong kín (Hình 11) nên dao động là dao động tuần hoàn với bốn thành phần điều hòa thu được trên đáp ứng thời của biến trạng thái (Hình 10).

- Trường hợp  $m_w = 1,5$

Biểu đồ pha của hệ IM tại thời điểm này thu được là những đường cong phân biệt tự đồng dạng và có tập hút lạ (Hình 13).



**Hình 13.** Biểu đồ pha giữa a)  $i_{sq}$ ,  $\Psi_{rd}$  và  $\Psi_{rq}$ ;  
b)  $i_{sq}$ ,  $\Psi_{rd}$  và  $\omega_{sl}$  khi  $m_w = 1,5$



**Hình 14.** Đáp ứng thời gian: a)  $\omega_{sl}$ , b)  $i_{sq}$  khi  $m_w = 1,5$

Đáp ứng thời gian có những hành vi vô cùng phức tạp của các biến trạng thái (Hình 14), các dao động gần như không tuần hoàn và có biên độ thay đổi lớn, tự duy trì.

Từ những mô phỏng biểu đồ phân nhánh, đáp ứng thời gian và biểu đồ pha có thể nhận thấy, đáp ứng thời gian của các biến trạng thái của hệ IM dao động liên tục tuần hoàn hoặc dao động duy trì liên tục không suy giảm. Khi giá trị tham số phân nhánh  $m_w$  đi vào vùng tham số hỗn loạn các đáp ứng thời gian vô cùng phức tạp, biểu đồ pha

mang hình dạng đặc biệt có tập hút lạ thể hiện tính chất của hỗn loạn.

## 6. Kết luận

Nhờ vào tính toán biết rằng hệ động lực IM tồn tại tỷ lệ giữa các điểm phân nhánh xấp xỉ hằng số Feigenbaum - đặc trưng cho quá trình chuyển đổi trạng thái, biểu hiện qua sự phân đôi tại các giá trị tới hạn. Qua trình mô phỏng nhận thấy khi hệ rơi vào vùng tham số hỗn loạn do thay đổi tải, lúc này đối tượng có hành vi vô cùng phức tạp, sai lệch tốc độ giữa giá trị đặt và giá trị đo được rất lớn, các dao động tự duy trì và không suy giảm. Đây là một minh chứng chỉ ra rằng hỗn loạn là một hiện tượng xác định, khác hoàn toàn với nhiễu. Và từ đây cũng phân vùng tham số hỗn loạn dựa trên biểu đồ phân nhánh cho đối tượng giúp người điều khiển hiểu rõ hơn về đối tượng và hành vi của đối tượng trong quá trình làm việc dài hạn. Đồng thời, thông qua biểu đồ phân nhánh chu kỳ kép kết hợp hằng số Feigenbaum có thể dự đoán các kết quả, đánh giá các lỗi có tính chu kỳ lặp lại hoặc tìm kiếm vùng tham số làm việc ổn định cho hệ truyền động hoặc chọn phương án đích cho tham số hệ thống.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] H. Nagashima and Y. Baba, *Introduction to Chaos*. Institute of Physics Publishing, 1999.
- [2] Đ. H. N. Mi, L. T. Dũng, and N. P. Quang, “Đặc điểm hỗn loạn của hệ truyền động không đồng bộ xoay chiều ba pha điều khiển tựa theo từ thông rotor”, *Chuyên san Đo lường, Điều khiển và Tự động hóa*, vol. 21, no. 3, pp. 3–9.
- [3] G. Chen and J. L. Moiola, “An Overview of Bifurcation, Chaos and Nonlinear Dynamics in Control Systems”, *J. Franklin Inst.*, vol. 331, no. 6, pp. 819–858, 1994.
- [4] K. Y. and H. S., “Analysis of bifurcation in power electronic induction motor drive systems”, *IEEE*, pp. 923–930, 1989.
- [5] I. Nagy and Z. Suto, “Repetitive and chaotic processes in current controlled induction motor”, *Proc. IEEE Int. Symp. Ind. Electron.*, vol. 2, no. 3, pp. 946–951, 1996.
- [6] A. S. Bazanella and R. Reginatto, *Instability mechanisms in indirect field oriented control drives: Theory and experimental results*, vol. 15, no. 1. IFAC, 2002.
- [7] Y. Gao and K. T. Chau, “Chaotification of induction motor drives under periodic speed command”, *Electr. Power Components Syst.*, vol. 31, no. 11, pp. 1083–1099, 2003.
- [8] J. K. Jain, S. Ghosh, and S. Maity, “A Numerical Bifurcation Analysis of Indirect Vector-Controlled Induction Motor”, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 26, no. 1, pp. 282–290, 2018.
- [9] N. V. Đạo, T. K. Chi, and N. Dũng, *Nhập môn động lực học phi tuyến và chuyển động hỗn loạn*. NXB Đại học Quốc Gia, 2005.
- [10] E. Sander and J. A. Yorke, “Connecting period-doubling cascades to chaos”, *Int. J. Bifurc. Chaos*, vol. 22, no. 2, pp. 1–29, 2012.
- [11] M. J. Feigenbaum, “Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations”, *J. Stat. Phys.*, vol. 19, no. 1, pp. 25–52, 1978.
- [12] N. P. Quang and J.-A. Dittich, *Vector Control of Three-Phase AC Machines - System Development in the Practice*, 2nd ed. Springer, 2015, ISBN 978-3-662-46915-6.
- [13] Đ. H. N. Mi, L. T. Dũng, and N. P. Quang, “Điều khiển trượt thích nghi triệt tiêu trạng thái hỗn loạn của hệ truyền động không đồng bộ xoay chiều ba pha điều khiển tựa theo từ thông rotor”, *Hội nghị - Triển lãm quốc tế lần thứ 5 về Điều khiển và Tự động hóa (VCCA-2019)*, ISBN 978-604-95-0875-2.
- [14] A. Wolf, J. Swift, H. Swinney, and J. Vastano, “Determining Lyapunov exponents from a time series”, *Phys. D Nonlinear Phenom.*, pp. 285–317, 1985.