

MÔ HÌNH BIẾN CHUYỂN ĐỈNH - TRƯỢT GIẢ ĐỊNH TRONG PHÂN TÍCH TỰA TĨNH KẾT CẤU MÀNG CÓ KẼ ĐẾN MA SÁT

PSEUDO STICK-SLIP TRANSITION MODEL IN QUASI - STATIC ANALYSIS OF MEMBRANE STRUCTURES CONSIDERING FRICTION CONTACT

Bùi Quang Hiếu*

Trường Đại học Bách khoa - Đại học Đà Nẵng¹

*Tác giả liên hệ: bqhieus@dut.udn.vn

(Nhận bài: 18/6/2021; Chấp nhận đăng: 20/9/2021)

Tóm tắt - Kết cấu màng có độ cứng trong mặt phẳng lớn, tuy nhiên độ cứng chống uốn bằng không. Điều này dẫn tới kết cấu màng sẽ có chuyển vị lớn dưới tác dụng của ngoại lực. Vì vậy, phi tuyến tính hình học phải được kể đến khi phân tích kết cấu này. Các loại vật liệu sử dụng trong kết cấu màng như ETFE, ECTFE, v.v đều thể hiện rõ đặc tính phi tuyến. Do đó, khi phân tích tựa tĩnh kết cấu màng có kể đến ma sát, kết quả phân tích khó hội tụ bởi vì có sự đóng góp của phi tuyến tính hình học, phi tuyến vật liệu và phi tuyến tiếp xúc. Bài báo này trình bày mô hình biến chuyển đỉnh - trượt giả định để đảm bảo sự hội tụ của kết quả trong vấn đề phân tích trên. Độ chính xác và tính ứng dụng của mô hình đề xuất được đánh giá thông qua sự so sánh kết quả phân tích với mô hình đã được đề xuất trước đó và kết quả thực nghiệm.

Từ khóa - Kết cấu màng; phân tích tựa tĩnh; mô hình biến chuyển đỉnh - trượt giả định; ma sát; vật liệu ETFE

1. Đặt vấn đề

Kết cấu màng, sự kết hợp giữa vật liệu màng kéo căng và các cấu kiện đỡ như khung thép hoặc dây cáp, ngày càng được sử dụng rộng rãi trong các công trình công cộng có nhịp lớn. Loại kết cấu này thể hiện các đặc điểm ưu việt như trọng lượng nhẹ của vật liệu màng, vượt nhịp lớn, tính thẩm mỹ và thuận lợi trong thi công lắp ghép. Vật liệu màng được căng trước và cộng với hình dạng của nó để chịu tác động của ngoại lực, trong khi kết cấu đỡ chịu nén và chịu uốn bởi lực căng trong màng [1]. Tấm vải màng mỏng và dễ uốn, có độ cứng trong mặt phẳng lớn nhưng độ cứng chống uốn bằng không [2]. Vì vậy, kết cấu màng có chuyển vị lớn khi chịu tác động của ngoại lực như gió, động đất, v.v. Việc kể đến độ cứng hình học hay phân tích phi tuyến hình học của kết cấu này là cần thiết. Đồng thời vật liệu màng phổ biến hiện nay như ETFE (Ethylene tetrafluoroethylene) thể hiện rất rõ đặc tính đàn dẻo và đàn nhớt [3, 4], đây là loại vật liệu có hai điểm chảy dẻo rõ ràng trên đường cong ứng suất - biến dạng. Do đó, mô hình phi tuyến tính của vật liệu là cần thiết khi phân tích thiết kế và thi công kết cấu màng. Hơn thế nữa, sự ảnh hưởng của ma sát giữa các kết cấu đỡ như dây cáp hay khung vòm thép với vật liệu màng là rõ ràng [5]. Tóm lại, phân tích kết cấu màng trong giai đoạn thiết kế hay thi công yêu cầu phải kể đến sự ảnh hưởng của phi tuyến tính hình học, phi tuyến tính vật liệu và phi tuyến tính tiếp xúc.

Phân tích tựa tĩnh thường được sử dụng trong phân tích kết cấu màng có kể đến phi tuyến hình học và vật liệu với việc áp dụng công thức cập nhật Lagrange hay công thức

Abstract - Fabric membranes features stiffness in large planes, however, it has a zero-flexible stiffness. This follows that the membrane structures are deformed relatively large under the external force. Thus, the geometrical nonlinearity analysis is required for such structure. The polymer materials used in the membrane structure such as ETFE, ECTFE, etc possess obvious non-linear properties. Therefore, convergence of quasi-static analysis of the membrane structures considering friction force is an enormous challenge because of the nonlinearities in geometry, materials and contact. This paper presents a pseudo stick-slip transition model to guarantee the convergence of the results in the above-mentioned problem. The accuracy and applicability of the proposed model are confirmed by the comparison of analyzed results with the previous model and by experimental results.

Key words - Membrane structures; quasi-static analysis; pseudo stick-slip transition model; friction contact; ETFE film

tổng quát Lagrange [6]. Tuy nhiên, khi kể đến ảnh hưởng của phi tuyến tính tiếp xúc vào phân tích này thì điều kiện hội tụ của giải thuật là một trong các khó khăn lớn nhất [7, 8]. Haber [9], Noguchi [10] sử dụng phương pháp biến ngẫu nhiên Lagrange-Euler để kể đến ảnh hưởng của phi tuyến tính tiếp xúc trong phân tích kết cấu màng, tuy nhiên mô hình phi tuyến của vật liệu là khó áp dụng trong phương pháp này. Sakai [11] đã đề xuất phương pháp cực tiểu hóa năng lượng cho phân tử màng gấp để giải quyết bài toán trên, tuy nhiên hạn chế của nghiên cứu này vẫn là mô hình tuyến tính của vật liệu. Các mô hình như mô hình tiếp xúc không gian [12], mô hình mortar [13] có thể được sử dụng để kể đến ảnh hưởng của phi tuyến tiếp xúc trong phân tích tựa tĩnh của kết cấu màng với mô hình phi tuyến vật liệu. Tuy nhiên, thời gian tính toán và độ hội tụ của các mô hình này là vấn đề cần được quan tâm.

Bài báo này trình bày mô hình biến chuyển đỉnh - trượt giả định trong phân tích tựa tĩnh của kết cấu màng với mô hình vật liệu phi tuyến. Độ chính xác và hiệu quả của mô hình đề xuất được đánh giá thông qua sự so sánh kết quả của mô hình đề xuất với kết quả thí nghiệm [5] và kết quả của mô hình tiếp xúc không gian của Peric [12].

2. Phân tích tựa tĩnh có kể đến phi tuyến tính tiếp xúc

2.1. Phân tích tựa tĩnh kết cấu màng

Mục này sẽ trình bày công thức Lagrange tổng quát cho phân tích tựa tĩnh kết cấu màng. Hai cấu hình được quan tâm khi tính toán biến dạng của màng là: (1) Cấu hình ban

¹ The University of Danang – University of Science and Technology (Quang Hieu Bui)

đầu hoặc tham khảo Ω_0 ; (2) Cấu hình hiện thời Ω . Vector định vị một điểm vật liệu của kết cấu màng trong cấu hình ban đầu và cấu hình hiện thời lần lượt là \mathbf{X} và \mathbf{x} . Gradient biến dạng từ cấu hình ban đầu đến cấu hình hiện thời là $\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}$. Chuyển vị của điểm vật liệu dưới gradient biến dạng này là $\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X}$. Tensor biến dạng Green được xác định theo công thức (1):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}((\nabla \mathbf{u})^T + \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}(\nabla \mathbf{u})^T) \quad (1)$$

Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng của vật liệu màng là cần thiết để xác định chuyển vị \mathbf{u} . Với công thức Total Lagrange, ứng suất thứ hai của Piola \mathbf{S} được sử dụng trong quan hệ với biến dạng Green và nó phụ thuộc vào từng loại vật liệu. Quan hệ giữa ứng suất này với ứng suất thực Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ và ứng suất thứ nhất của Piolar \mathbf{P} được xác định theo công thức (2):

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{J}\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T} \\ \mathbf{P} &= \mathbf{S}\mathbf{F}^T \end{aligned} \quad (2)$$

Trong đó, $\mathbf{J} = \det(\mathbf{F})$ là định thức Jacobian. Phương trình cân bằng trong phân tích tĩnh định của kết cấu màng được thành lập trong công thức (3), phương trình này không kể đến ảnh hưởng của lực quán tính

$$\nabla \mathbf{P} + \rho_0 \mathbf{b} = 0 \quad (3)$$

Phân tích tựa tĩnh được áp dụng để giải phương trình (3). Điều kiện biên về ngoại lực hoặc chuyển vị cưỡng bức hoặc cả hai được chia thành từng bước nhỏ $(1, 2, \dots, k, \dots, T)$ để xác định chuyển vị gia tăng $\Delta \mathbf{u}$. Trong mỗi bước điều kiện hội tụ được xem xét để thỏa mãn sự cân bằng của phương trình (3), đồng thời đáp ứng được quan hệ giữa ứng suất và biến dạng khi vật liệu màng nằm ngoài giới hạn đàn hồi. Quá trình giải thuật này là tiêu chuẩn nên không được đề cập trong bài báo này, người đọc có thể tham khảo giải thuật này ở [2, 5, 6, 14].

2.2. Mô hình tiếp xúc không gian của Peric [12]

Để xét đến ảnh hưởng của ma sát khi phân tích tựa tĩnh kết cấu màng, mục này áp dụng mô hình tính toán tiếp xúc không gian dựa trên phương pháp hàm phạt được đề xuất bởi Peric [12]. Chuyển vị gia tăng tại bước phân tích tựa tĩnh thứ $k+1$ ở Mục 2.1 được xác định theo các bước sau:

B1. Xác định hệ tọa độ tạm thời theo công thức (4)

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{X} + \mathbf{u}_{k+1}^{(i)} \quad (4)$$

B2. Xác định lực đàn hồi thử nghiệm theo công thức (5)

$$\mathbf{p}_{k+1}^{trial} = \mathbf{p}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_{k+1}^{(i)} \quad (5)$$

Trong đó, $\mathbf{D} = \mathbf{D}_N + \mathbf{D}_T = -k_N \mathbf{N} \otimes \mathbf{N} - k_T (\mathbf{I} - \mathbf{N} \otimes \mathbf{N})$ với \mathbf{N} là vector pháp tuyến của mặt tiếp xúc, k_N là hệ số hàm phạt theo phương pháp tuyến và k_T là hệ số hàm phạt theo phương trượt.

B3. Kiểm tra sự trượt theo công thức (6)

$$\phi_{k+1}^{trial} = |\mathbf{p}_{T,k+1}^{trial}| + \mu |\mathbf{p}_{N,k+1}^{trial}| \leq 0 \quad (6)$$

Trong đó, $\mathbf{p}_{N,k+1}^{trial}$ và $\mathbf{p}_{T,k+1}^{trial}$ lần lượt là thành phần lực đàn hồi thử nghiệm theo phương pháp tuyến và phương trượt, và μ là hệ số ma sát tĩnh giữa hai bề mặt tiếp xúc. Nếu công thức (6) thỏa mãn thì thiết lập tất cả các đại lượng ở bước $k+1$ theo giá trị thử nghiệm $(\bullet)_{k+1} = (\bullet)_{k+1}^{trial}$. Nếu không thỏa mãn thì chuyển đến bước thứ 4 (B4).

B4. Xác định hệ số điều chỉnh vector định hướng phương trượt và lực đàn hồi trượt theo công thức (7)

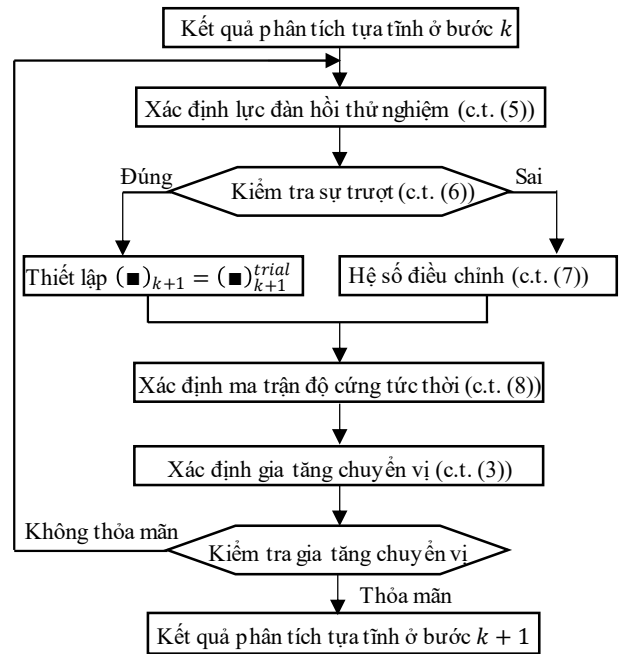
$$\mathbf{T}_{k+1} = \frac{\mathbf{p}_{T,k+1}^{trial}}{|\mathbf{p}_{T,k+1}^{trial}|} \quad \text{và} \quad \mathbf{p}_{T,k+1} = \mu |\mathbf{p}_{N,k+1}^{trial}| \mathbf{T}_{k+1} \quad (7)$$

B5. Xác định ma trận độ cứng tức thời của phần tử tiếp xúc theo công thức (8)

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{ep}^* &= -k_T^* (\mathbf{I} - \mathbf{T}_{k+1} \otimes \mathbf{T}_{k+1} - \mathbf{N}_{k+1} \otimes \mathbf{N}_{k+1}) \\ &\quad - \mu k_N \mathbf{T}_{k+1} \otimes \mathbf{N}_{k+1} - k_N \mathbf{N}_{k+1} \otimes \mathbf{N}_{k+1} \end{aligned} \quad (8)$$

Trong đó, $k_T^* = k_T \frac{|\mathbf{p}_{T,k+1}|}{|\mathbf{p}_{T,k+1}^{trial}|}$.

Sơ đồ khối của mô hình Peric được thể hiện ở Hình 1



Hình 1. Sơ đồ khối của mô hình Peric

2.3. Mô hình biến chuyển dính - trượt giả định

Trong mô hình của Peric ở Mục 2.2, ma trận độ cứng, phương trượt và lực đàn hồi của phần tử tiếp xúc phụ thuộc vào sự gia tăng chuyển vị trong mỗi bước lặp nhỏ thứ i trong bước phân tích tựa tĩnh thứ $k+1$. Điều này sẽ làm tăng thời gian và số lượng bước lặp tính toán và minh chứng sẽ được thảo luận cụ thể hơn ở mục ví dụ phân tích. Bài báo này đề xuất mô hình biến chuyển dính - trượt giả định sẽ khắc phục được vấn đề trên. Mô hình này bao gồm các bước như liệt kê sau:

B1. Xác định hệ tọa độ tạm thời theo công thức (4).

B2. Kiểm tra sự trượt theo công thức (9)

$$\phi_{k+1} = |p_{T,k}| + \mu |p_{N,k}| \leq 0 \tag{9}$$

Trong đó, $p_{N,k}$ và $p_{T,k}$ lần lượt là thành phần lực đàn hồi theo phương pháp tuyến và phương trượt ở bước phân tích tựa tĩnh thứ k đã hội tụ trước đó. Nếu công thức (9) thỏa mãn thì không có sự trượt giữa hai bề mặt tiếp xúc ở bước phân tích tựa tĩnh thứ $k+1$ và ma trận độ cứng của phần tử tiếp xúc được xác định là $D = D_N + D_T = -k_N N \otimes N - k_T (I - N \otimes N)$. Nếu công thức (9) không thỏa mãn thì có sự trượt nhau giữa hai bề mặt tiếp xúc và hướng trượt sẽ được xác định ở bước B3. Lưu ý rằng, hướng trượt này sẽ không thay đổi trong bước phân tích tựa tĩnh thứ $k+1$.

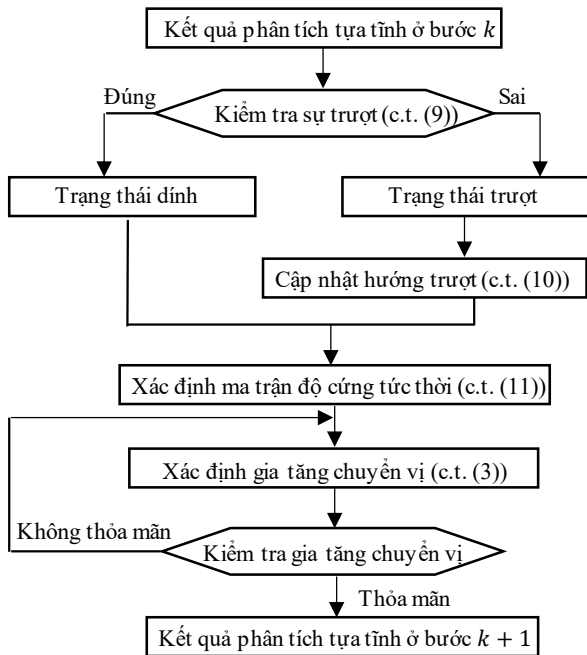
B3. Xác định vector định hướng trượt và lực đàn hồi trượt theo công thức (10)

$$T_{k+1} = \frac{p_{T,k}}{|p_{T,k}|} \text{ và } p_{T,k+1} = \mu |p_{N,k+1}| T_{k+1} \tag{10}$$

B4. Xác định ma trận độ cứng của phần tử tiếp xúc trong trường hợp có sự trượt xảy ra theo công thức (11)

$$D_{ep}^* = -\mu k_N T_{k+1} \otimes N_{k+1} - k_N N_{k+1} \otimes N_{k+1} \tag{11}$$

Sơ đồ khối của mô hình đề xuất được thể hiện ở Hình 2.



Hình 2. Sơ đồ khối của mô hình đề xuất

Phân tích tựa tĩnh với mô hình đề xuất thì kết cấu tiếp xúc sẽ chuyển đổi trạng thái liên tục từ dính sang trượt và ngược lại, phụ thuộc vào điều kiện trong công thức (9) và số bước phân tích tựa tĩnh. Điều này phù hợp với hiện tượng vật lý của việc tiếp xúc mặc dù phân tích ở đây là phân tích tĩnh. Vì vậy, tác giả gọi tên mô hình đề xuất là mô hình dính - trượt giả định. Với mô hình đề xuất thì ma trận độ cứng của phần tử tiếp xúc và hướng trượt hoàn toàn không phụ thuộc vào sự gia tăng chuyển vị ở bước thứ i trong bước phân tích tựa tĩnh thứ $k+1$. Điều này sẽ làm giảm đáng kể thời gian tính toán. Tuy nhiên, độ chính xác

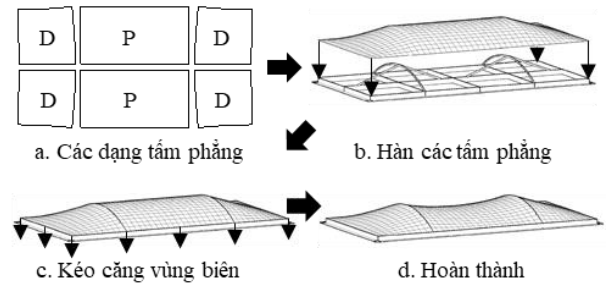
của mô hình sẽ phụ thuộc vào số lượng bước phân tích tựa tĩnh. Các minh chứng sẽ được thể hiện rõ ở Mục 3.

3. Ví dụ phân tích và thảo luận

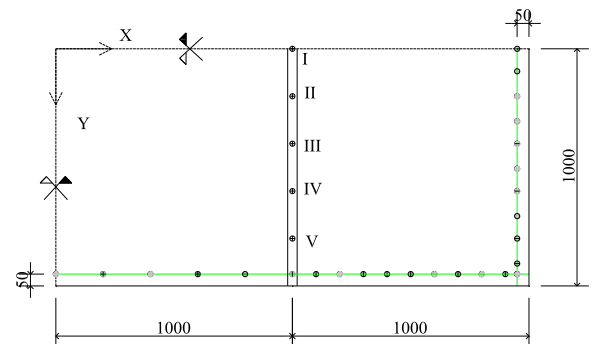
3.1. Ví dụ phân tích

3.1.1. Thí nghiệm kéo căng kết cấu màng ETFE [5]

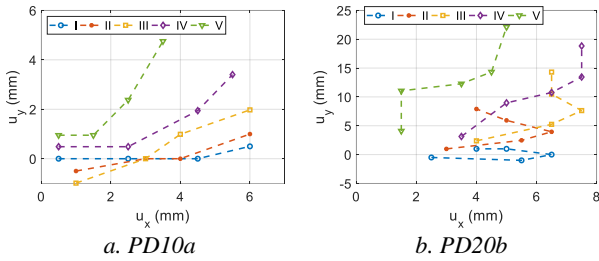
Bùi và Kawabata [5] đã thực hiện thí nghiệm kéo căng kết cấu màng ETFE để kiểm chứng việc có thể thành lập mặt cong hai chiều từ các tấm phẳng mà không cần sử dụng phân tích cắt-dán, phân tích tìm hình dạng phẳng của các tấm vải để kết nối lại thành mặt cong không gian. Chương trình thí nghiệm gồm bốn giai đoạn như thể hiện ở Hình 3. Các mẫu thí nghiệm được chế tạo từ vật liệu ETFE có chiều dày là 250 μ m bao gồm hai phần: (1) Phần giữa hai vòm thép là các tấm phẳng kí hiệu chữ P trên Hình 3a, đây là các tấm không cần phân tích cắt-dán; (2) Phần từ vòm thép tới khung biên, kí hiệu chữ D trên Hình 3a, đây là kết quả từ phân tích cắt-dán. Sau đó, các phần được nối với nhau bằng các đường hàn nhiệt hình thành các mẫu thí nghiệm. Tùy thuộc vào chiều cao của vòm thép, có hai mẫu thí nghiệm được thực hiện là PD10a và PD20b tương ứng với chiều cao của vòm thép lần lượt là 200mm và 400mm. Tiếp theo vùng biên được kéo để tạo thành hình dạng cuối cùng. Hình dạng này phải đảm bảo không có nếp nhăn và ứng suất trước trong ETFE phải đảm bảo yêu cầu. Trong quá trình thí nghiệm sự dịch chuyển của các điểm gần biên (điểm hình tròn đen trên Hình 4) được quan trắc. Đồng thời sự trượt nhau giữa tấm phim ETFE và vòm thép cũng được quan trắc tại các điểm I, II, III, IV và V trên Hình 4. Các kết quả này sẽ được sử dụng làm thông số đầu vào và kiểm chứng kết quả đầu ra của mô hình phân tích. Có thể tham khảo chi tiết các số liệu này ở [5]. Bài báo này, sự trượt nhau giữa tấm phim ETFE và vòm thép tại các điểm quan trắc được thể hiện ở Hình 5.



Hình 3. Thí nghiệm kéo căng màng ETFE [5]



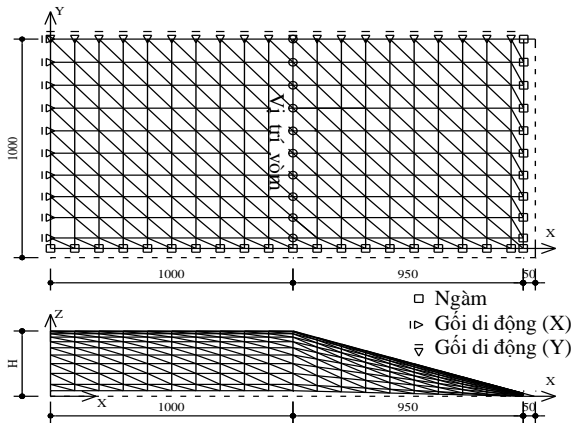
Hình 4. Hình chiếu bằng của 1/4 mẫu thí nghiệm
Đơn vị chiều dài: mm



Hình 5. Kết quả quan trắc sự trượt giữa ETFE và vòm thép theo phương x và y [5]

3.1.2. Mô hình phân tích

Mô hình phân tử hữu hạn gồm 400 phần tử tam giác được sử dụng để mô tả thí nghiệm ở Mục 3.1.1 và được thể hiện ở Hình 6. Đặc tính cơ học của tấm phim ETFE được thể hiện ở Bảng 1 [4]. Trong mô hình này, tại vị trí tiếp xúc giữa tấm phim ETFE và vòm thép, tác giả sử dụng mô hình tiếp xúc nút - nút. Mô hình Peric và mô hình đề xuất được áp dụng để triển khai việc kết hợp phần tử nút - nút vào phân tích tựa tĩnh của kết cấu màng. Hệ số ma sát giữa vòm thép và tấm màng ETFE được lấy là 0,3 [15]. Chuyển vị cưỡng bức tại các nút ngầm trên Hình 6 được lấy từ kết quả quan trắc của thí nghiệm kéo căng ở Mục 3.1.1 [5].



Hình 6. Mô hình phân tử hữu hạn

Bảng 1. Đặc tính cơ học của tấm phim ETFE [4]

Mô đun đàn hồi Young	800 MPa
Điểm chảy dẻo thứ nhất	13,28 MPa
Điểm chảy dẻo thứ hai	23,04 MPa
Hệ số cứng nguội thứ nhất	80,5 MPa
Hệ số cứng nguội thứ hai	3,0 MPa

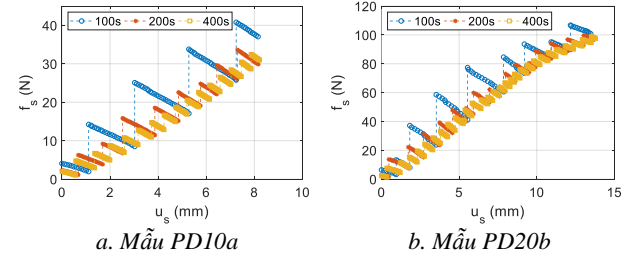
3.2. Kết quả phân tích và thảo luận

3.2.1. Ảnh hưởng của số bước phân tích tựa tĩnh

Tính hiệu quả của mô hình đề xuất phụ thuộc vào số bước phân tích tựa tĩnh như đã trình bày ở Mục 2.3. Vì vậy, mục này khảo sát sự ảnh hưởng của số bước phân tích tựa tĩnh đến kết quả phân tích. Hình 7 thể hiện quan hệ giữa lực trượt và khoảng trượt của phần tử nút - nút tại vị trí III, Hình 4 khi các bước phân tích tựa tĩnh được chọn lần lượt là 100, 200 và 400 bước. Nhận thấy rằng khi số bước phân tích tựa tĩnh tăng các kết quả dần hội tụ. Tuy nhiên số bước phân tích tăng đồng nghĩa với thời gian tính toán tăng. Hình 7 cho thấy, không có sự khác nhau nhiều trong kết quả phân tích giữa việc lựa chọn 200 và 400 bước phân tích.

Vì vậy trong các khảo sát tiếp theo 200 bước phân tích được lựa chọn.

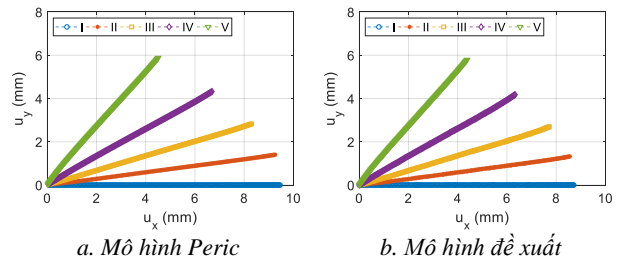
Thêm vào đó, quan hệ giữa lực trượt và khoảng trượt trên Hình 7 có dạng hình răng cưa. Điều này thể hiện phần tử nút - nút chuyển đổi trạng thái từ trượt sang dính và ngược lại trong suốt quá trình phân tích tĩnh. Vì vậy, tác giả gọi tên mô hình đề xuất là mô hình biến chuyển dính - trượt giá định.



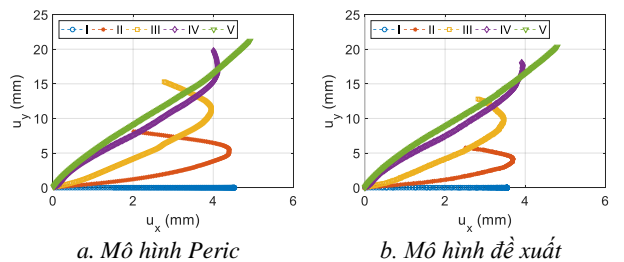
Hình 7. Quan hệ giữa lực trượt và khoảng trượt ở phần tử nút - nút tại vị trí III, Hình 2

3.2.2. So sánh kết quả của mô hình Peric và mô hình đề xuất

Hình 8, Hình 9 lần lượt thể hiện kết quả trượt theo phương x và phương y tại các vị trí I, II, III, IV và V với các mẫu PD10a và PD20b của cả mô hình Peric và mô hình đề xuất. Nhận thấy rằng, không có sự khác biệt giữa kết quả phân tích của mô hình đề xuất với mô hình Peric. Đồng thời, kết quả phân tích ở cả hai mô hình đều cho xuynh hướng trùng khớp với kết quả thí nghiệm ở Hình 5. Điều này cho thấy, tính chính xác của mô hình đề xuất.



Hình 8. Kết quả phân tích với mẫu PD10a



Hình 9. Kết quả phân tích với mẫu PD20b

Bảng 2. So sánh mô hình đề xuất và mô hình Peric

Mẫu	Thông số tính toán	Mô hình đề xuất	Mô hình Peric
PD10a	Thời gian (s)	145	174
	Số vòng lặp	689	636
PD20b	Thời gian (s)	186	313
	Số vòng lặp	842	1389

Hơn thế nữa, tính hiệu quả của mô hình đề xuất được thể hiện ở Bảng 2. Số vòng lặp của mô hình đề xuất là 689 vòng gần tương đương 636 vòng của mô hình Peric với mẫu PD10a, mẫu có chiều cao vòm là 200mm. Tuy nhiên, khi chiều cao vòm là 400mm, đồng nghĩa với dạng hình

học của kết cấu phức tạp hơn thì số vòng lặp tính toán của mô hình đề xuất là 842 vòng so với 1389 vòng của mô hình Peric. Điều này cho thấy, mô hình đề xuất rút ngắn thời gian tính toán như thể hiện ở Bảng 2.

4. Kết luận

Bài báo đã đề xuất mô hình biến chuyển dịnh - trượt giả định trong phân tích tựa tĩnh kết cấu màng. Mô hình này cho phép người sử dụng kết hợp phân tích phi tuyến tính tiếp xúc vào phân tích phi tuyến tính hình học với mô hình vật liệu phi tuyến. Độ chính xác của mô hình đề xuất được khẳng định thông qua sự so sánh với kết quả thí nghiệm và kết quả của mô hình Peric. Đồng thời tính hiệu quả của mô hình đề xuất cũng được xác nhận thông qua việc rút ngắn thời gian và số vòng lặp tính toán. Tuy nhiên, mô hình đề xuất chỉ được áp dụng cho phần tử tiếp xúc nút - nút trong bài báo, việc mở rộng sự áp dụng mô hình này vào các phần tử tiếp xúc khác như nút-mặt, mặt-mặt cần được triển khai ở các nghiên cứu tiếp theo.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển Khoa học và Công nghệ - Đại học Đà Nẵng trong đề tài có mã số B2019-DN02-69.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S. Gale, "Patterning of tensile fabric structures with a discrete element model using dynamic relaxation", *Computer and Structures*, vol. 169, 2016, pp. 112-121.
- [2] B. TaBarrok, "Nonlinear analysis of tension structures", *Computer and Structures*, vol. 45, 1992, pp. 973-984.
- [3] C. Galliot and R. H. Luchsinger, "Uniaxial and biaxial mechanical properties of ETFE foils", *Polymer Testing*, vol. 30, 2011, pp. 356-365.
- [4] T. Yoshino, S. Segawa, and K. Oda, "Material Characteristics of ETFE film under the bi-axial tension and stress-displacement analysis considering the elasto-plastic characteristics", *Research Report on Membrane Structures*, 2004, pp. 1-9.
- [5] Q.-H. Bui and M. Kawabata, "Total Lagrangian formulation for ETFE membrane structure considering friction contact", *Journal of Structural Engineering (AIJ)*, vol. 65B, 2019, pp. 465-475.
- [6] K.-J. BATHE, "Elastic-plastic large deformation static and dynamics analysis", *Computer and Structures*, vol. 6, 1975, pp. 81-92.
- [7] Z.-H. Zhong, "Static contact problems-A review", *Engineering Computations*, vol. 9, 1992, pp. 3-37.
- [8] P. Wriggers, "Computational Contact Mechanics", in *Encyclopedia of Computational Mechanics* vol. Solids and Structures, E. Stein, R. d. Borst, and T. J.R.Hughes, Eds., ed: John Wiley & Sons, 2004, pp. 195-226.
- [9] R. B. Haber, "Contact-slip analysis using mixed displacements", *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 109, 1983, pp.411-429.
- [10] H. Noguchi, "Meshfree analyses of cable-reinforced membrane structures by ALE-EFG Method", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 28, 2004, pp. 443-451.
- [11] Sakai, "Numerical analysis of cable reinforced membrane structures using foldable finite elements", *Research Report on Membrane Structures*, 1995, pp. 1-8.
- [12] D. Perić, "Computational model for 3-D contact problems with friction based on the penalty method", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 35, 1992, pp. 1289-1309.
- [13] M. A. Puso, "A mortar segment-to-segment contact method for large deformation solid mechanics", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, vol. 193, 2004, pp. 601-629.
- [14] H. Noguchi, "Integrated FEM formulation for Total/Updated Lagrangian Method in Geometrically Nonlinear Problems", *JSME*, vol. 39, 1995, pp. 23-29.
- [15] B. Quang-Hieu, "*Study on Stretch Fabrication of ETFE Tensile Membrane Structures Considering Friction Contact Conditions*", Doctor, Graduate School of Urban Innovation, Yokohama National University, 2019.