

PHÂN TÍCH THỰC NGHIỆM QUÁ TRÌNH TỰ CÂN BẰNG LQR CỦA HỆ THỐNG CON LẮC NGƯỢC HỆ TRƯỢT ĐIỀU KHIỂN BỞI VI XỬ LÝ C2000

AN EXPERIMENTAL ANALYSIS FOR LQR SELF-ADJUSTING BASED CONTROL OF AN INVERTED PENDULUM CONTROLLED BY C2000 MICROPROCESSOR

Thái Bá Hòa, Tôn Nữ Huyền Trang, Phạm Anh Đức, Lê Hoài Nam*

Trường Đại học Bách khoa - Đại học Đà Nẵng¹

Tác giả liên hệ: lehoainam@dut.udn.vn

(Nhận bài: 25/4/2022; Chấp nhận đăng: 30/5/2022)

Tóm tắt - Con lắc ngược hệ phẳng là mô hình đặc trưng cho hệ thống máy móc có tay máy liên thân xe có mang vật dụng đứng cân di chuyển trên hệ ray tịnh tiến theo một quãng đường cố định. Đây cũng là mô hình được sử dụng nhiều trong các trường đại học trên thế giới để nghiên cứu và giảng dạy. Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả trình bày các bước xây dựng và thực nghiệm mô hình con lắc ngược được điều khiển bằng vi xử lý C2000 của Texas Instrument. Trước tiên, mô hình động lực học của hệ thống được thiết lập. Tiếp theo các thông số điều khiển tương ứng với kết cấu cụ thể của mô hình được mô tả. Từ đó, kết quả thực nghiệm quá trình nâng con lắc (swing-up) và giữ cân bằng của hệ thống được phân tích.

Từ khóa - Mô hình động lực học; hệ con lắc ngược phẳng; LQR; C2000 microprocessor

1. Giới thiệu

Con lắc ngược là mô hình được sử dụng rộng rãi trong các trường đại học trên thế giới dành cho việc nghiên cứu và giảng dạy [1-5]. Mô hình con lắc ngược hệ trượt là một hệ con lắc đơn hai bậc tự do được đặt trên một xe đẩy di chuyển tịnh tiến qua lại trong vùng không gian đã định trước. Đây là mô hình có hai bậc tự do và chỉ sử dụng một bộ động cơ đặt ở đầu vào (xe đẩy) để kiểm soát con lắc đơn duy trì trạng thái ổn định cân bằng trong quá trình dựng ngược. Hệ thống con lắc ngược này là đặc trưng cho mô hình thực tế của một cơ cấu tay gập robot có hai bậc tự do nhưng chỉ có một khớp có thể kiểm soát hoạt động cơ cấu đó. Một hệ thống như vậy rất dễ mất ổn định và khó điều khiển. Do đó, các nhà nghiên cứu hoặc các kỹ sư thường có xu hướng sử dụng loại mô hình này để ứng dụng các giải pháp kiểm soát cân bằng trong quá trình dựng ngược con lắc. Từ khi xuất hiện vào những thập niên 60 của thế kỷ trước trong công trình nghiên cứu của trường MIT (Mỹ) [1], cho đến nay các mô hình con lắc ngược đã được sử dụng nhiều trong nghiên cứu các trường đại học ở khắp nơi trên thế giới [2-5]. Các hệ con lắc ngược này có thể có nhiều biến thể khác nhau (con lắc ngược đôi, con lắc ngược quay, con lắc ngược hệ phẳng...) nhưng mô hình con lắc ngược chuyển động trượt qua lại trên một hệ trục là loại cơ bản nhất và có được nhiều sự quan tâm hơn cả.

Có nhiều nghiên cứu với các cách tiếp cận khác nhau được ứng dụng trên mô hình con lắc ngược. Trước hết, mô hình động lực học và các phương trình chuyển động của hệ con lắc này được phân tích [6-8]. Dựa trên các đặc điểm động lực học đó và các giả định tình huống, các phương pháp điều khiển khác nhau từ đơn giản đến phức tạp đã được ứng

Abstract - The Planar inverted pendulum is a typical model for a system having an arm directly attached to a cart moving on a rail system along a fixed distance. This is also a model widely used in universities around the world for research and teaching. In this study, the authors introduce details to build and experiment with an inverted pendulum controlled by Texas Instrument's C2000 microprocessor. Firstly, a dynamic model of the system is established. Next, the control parameters corresponding to the specific structure of the model are described. Then, the experimental results of the Swing-up term and balancing pendulum process are analyzed.

Key words - Dynamics model; Planar inverted pendulum; Linear Quadratic Regulator (LQR), C2000 microprocessor

dụng để kiểm tra tính hiệu quả đối với mô hình điều khiển đó [8-12]. Rõ ràng việc ứng dụng và kiểm thử các phương pháp điều khiển đối với mô hình dễ mất ổn định và khó điều khiển như hệ con lắc ngược cũng tạo được các định hướng phù hợp cho việc ứng dụng các phương pháp này đối với các hệ thống tương tự nhưng có quy mô lớn hơn.

Một vài công trình trong nước đã thể hiện sự quan tâm đối với loại mô hình con lắc ngược này [13]-[14]. Đa phần các nghiên cứu này chú trọng thực hiện việc giả lập các thuật toán điều khiển trong môi trường mô phỏng trên các ứng dụng tiêu biểu như Matlab. Trong nghiên cứu [13], các tác giả đã mô phỏng hệ thống điều khiển con lắc ngược hệ tịnh tiến với hai vòng phản hồi để tăng tính chính xác và ổn định của hệ thống. Mô hình điều khiển của hệ thống đó được dựa trên phương pháp điều khiển cân bằng tuyến tính toàn phương (LQR), tuy nhiên kết quả phương án điều khiển chưa có sự kiểm nghiệm trên hệ thống thực nghiệm đặc trưng.

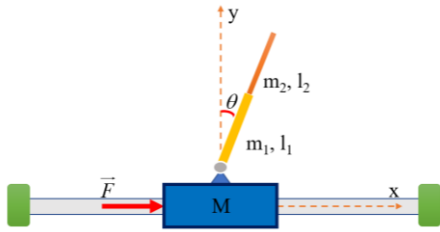
Bài báo mô tả các bước thực hiện và thí nghiệm trên một hệ con lắc ngược được thiết kế để điều khiển với bộ vi xử lý C2000 của Texas Instrument (TI). Trước tiên, cơ sở lý thuyết (mô hình toán học hệ thống, các hệ số đầu vào và đầu ra của mô hình cần điều khiển) của hệ con lắc ngược hệ trượt truyền thống sẽ được mô tả. Thêm vào đó, đặc điểm và thông số chế tạo của mô hình thực nghiệm hệ con lắc ngược này cũng được giới thiệu ở phần tiếp theo. Dựa trên nền tảng của phương pháp LQR kết hợp với bộ điều khiển PID truyền thống, quá trình nâng con lắc (Swing-up) và duy trì trạng thái cân bằng trong hệ thực nghiệm con lắc ngược điều khiển với bộ vi xử lý C2000 cũng sẽ được giới thiệu. Các kết quả thực nghiệm đó đã cho thấy, tính khả thi

¹ The University of Danang - University of Science and Technology (Ba Hoa Thai, Huyen Trang Ton Nu, Anh-Duc Pham, Hoai Nam Le)

của một thiết kế mô hình thực nghiệm con lắc ngược sử dụng trong giảng dạy ở các trường đại học Việt Nam.

2. Mô hình động lực học của con lắc ngược hệ trượt

Mô hình con lắc ngược hệ trượt được mô tả như Hình 1. Một xe trượt có khối lượng M di chuyển tịnh tiến trên một đường dẫn giới hạn. Con lắc của hệ thống được gắn liền bằng khớp quay và dịch chuyển qua lại trên xe trượt. Xe dịch chuyển được nhờ một lực tác động F bên ngoài. Hệ thống của mô hình này đạt được ổn định mong muốn trong điều khiển khi thanh lắc của hệ thống duy trì ở trạng thái thẳng đứng, hướng lên ở mọi vị trí của xe trượt ($\theta=0$). Con lắc có cấu tạo 2 phần gắn cứng với nhau có khối lượng m_i và chiều dài l_i ($i=1,2$). Về bản chất, hai phần này đại diện cánh tay đòn khối lượng m_1 có mang theo vật nặng m_2 .



Hình 1. Sơ đồ nguyên lý mô hình con lắc ngược hệ trượt

Về cơ bản, mô hình con lắc ngược hệ trượt có thể sử dụng phương trình Euler-Lagrange II để mô tả mô hình động lực học của nó [8, 15]. Một hệ con lắc ngược hệ trượt là một hệ có hai bậc tự do, gồm xe đẩy (mang theo con lắc) chuyển động tịnh tiến và một con lắc chuyển động quay quanh một tâm quay cố định. Do đó, trong mô hình động lực học này, tọa độ suy rộng và lực tác động của hệ sẽ lần lượt là $[x \ \theta]^T$ và $[F \ 0]^T$ (giả thuyết bỏ qua ma sát giữa xe và ray trượt và ma sát trong các ổ trục). Hệ phương trình chuyển động của hệ thống đó có thể được viết như sau:

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + m_l \cos\theta\ddot{\theta} - m_l\dot{\theta}^2 \sin\theta = F \\ m_l \cos\theta\ddot{x} + (J + m_l l^2)\ddot{\theta} - mgl \sin\theta = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Trong đó:

$$m = m_1 + m_2; \quad l_c = \frac{m_1 \frac{l_1}{2} + m_2 \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right)}{m_1 + m_2}$$

$$J = \frac{1}{3} m_1 l_1^2 + \frac{1}{3} m_2 (3l_1^2 + 3l_1 l_2 + l_2^2):$$
 Moment quán tính hệ thống

thông

F: xác định từ động cơ điện sử dụng chạy xe đẩy.
(theo mô hình vật lý của động cơ điện thông thường [16])
g: gia tốc trọng trường.

3. Phương án điều khiển hệ con lắc ngược hệ trượt

Để đạt được trạng thái cân bằng mong muốn của con lắc ngược, phương pháp cân bằng tuyến tính toàn phương (LQR) được sử dụng để tối ưu năng lượng trong quá trình dừng ngược con lắc đơn và duy trì ở trạng thái cân bằng. Đầu tiên, để xác định hệ thống có thể sử dụng phương pháp LQR, các khảo sát về tính điều khiển được và khả năng quan sát được của các biến trạng thái trong mô hình trạng thái (State Space Model – SSM) của hệ thống này đã được

xét đến. Thêm vào đó, trong quá trình dừng ngược con lắc, hệ điều khiển có phản hồi được xác định dựa trên các thông số có được từ các biến trạng thái này. Các hệ số sử dụng trong hệ phản hồi này được tính toán dựa trên cách tiếp cận từ phương pháp LQR. Bộ điều khiển LQR sẽ nhận tín hiệu vào từ các biến trạng thái của hệ thống và sau đó tính toán để chuyển thành tín hiệu tác động vào hệ thống, kiểm soát con lắc luôn chỉ lắc lư quanh vị trí cân bằng khi dừng đứng với góc lắc $\pm 10^\circ$. Do đó, ma trận hệ số phản hồi K theo luật điều khiển $U = -K.X$ cần thỏa mãn điều kiện hàm chi tiêu về năng lượng là nhỏ nhất:

$$J = \int_0^\infty (X^T Q X + U^T R U) dt$$

Với: X: biến không gian trạng thái; U: tín hiệu điều khiển (đầu vào).

Q, R được xác định tùy vào thông số thực tế của mô hình thực nghiệm đang tiến hành xây dựng. Hệ số Q, R được chọn ban đầu dựa trên nguyên tắc tránh đưa động cơ cần điều khiển về trạng thái bão hòa (Saturation) nhưng vẫn đảm bảo con lắc ngược đạt được trạng thái cân bằng trong thời gian nhanh nhất. Các hệ số Q và R lần lượt là:

$$Q = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}$$

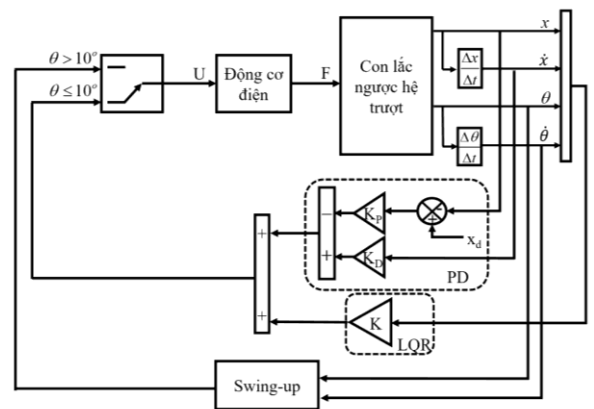
$$R = 0,1$$

Từ đó ta xác định được ma trận hệ số phản hồi của quá trình điều khiển dừng ngược con lắc:

$$K = [15,8 \quad 25,3 \quad 293,3 \quad 51,3]$$

Ngoài ra, để kiểm soát quá trình chuyển động của động cơ, một bộ điều khiển PD được sử dụng. Các hệ số K_p và K_d trong bộ điều khiển này được xác định nhờ vào công cụ PID tuning của MATLAB ($K_p = 52,3, K_d = 30$).

Sơ đồ khối hệ điều khiển con lắc ngược này được mô tả cụ thể trong Hình 2.



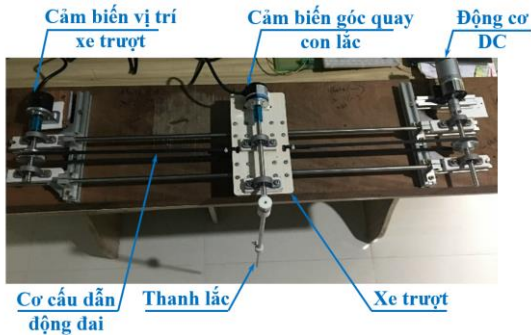
Hình 2. Sơ đồ điều khiển dừng ngược con lắc đơn và duy trì trạng thái ổn định trong quá trình dừng đứng

4. Mô hình thực nghiệm

4.1. Mô hình thiết kế

Mô hình con lắc ngược hệ trượt được biểu diễn trong

Hình 3. Mô hình con lắc ngược hệ trượt sử dụng động cơ điện một chiều để làm cơ cấu dẫn động đầu vào cho xe trượt qua lại trên bàn trượt thông qua cơ cấu dẫn động đai. Hệ con lắc ngược (gồm hai thanh lắc đặc ruột, đồng chất nhưng có khối lượng và chiều dài khác nhau, và gắn cứng với nhau) được gắn trên xe trượt đó. Một cảm biến góc quay (Encoder) được đặt ở vị trí cuối hành trình của bàn trượt, đối xứng với động cơ ở phía đầu, nhằm mục đích xác định vị trí và hành trình của xe trượt của mô hình. Trong khi đó, góc quay của con lắc được nhận biết nhờ vào một cảm biến góc thứ hai được gắn liền trực tiếp với trục quay của con lắc đó. Thêm vào đó, loại động cơ điện sử dụng cho mô hình này đã được nhận định hệ thống nhằm xác định các thông số vật lý đặc trưng của hệ chuyển đổi Điện-Cơ của động cơ. Đồng thời, dựa vào quá trình đo đạc các thông số vật lý thông thường, các thông số về kích thước và khối lượng của hệ con lắc cũng được xác định. Chi tiết thông số của mô hình con lắc ngược hệ trượt được mô tả trong Bảng 1.



Hình 3. Mô hình con lắc ngược hệ trượt

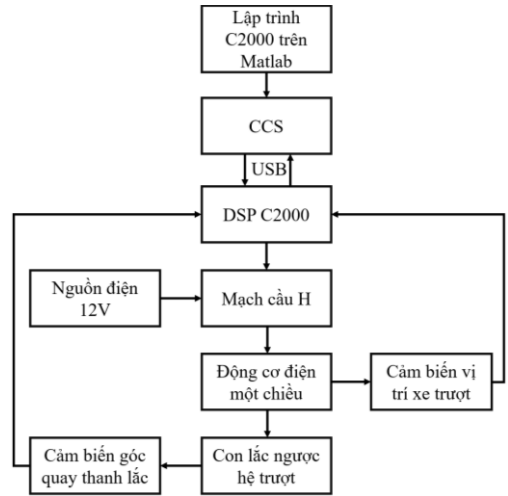
Bảng 1. Các thông số mô hình con lắc ngược hệ trượt

Thông số	Kí hiệu	Đơn vị	Giá trị
Độ dài thanh lắc 1	l_1	(m)	0,3
Độ dài thanh lắc 2	l_2	(m)	0,25
Khối lượng thanh lắc 1	m_1	(kg)	0,06
Khối lượng thanh lắc 2	m_2	(kg)	0,04
Moment quán tính của hai thanh lắc	J	(kg.m ²)	$9,23 \times 10^{-3}$
Khối lượng xe trượt	M	(kg)	0,5
Đường kính pulley	r	(m)	0,01835
Gia tốc trọng trường	g	(m/s ²)	9,81
Hệ số Back-EMF	K_m		0,015
Nội điện trở của động cơ	R_m	(Ω)	15
Chiều dài bàn trượt		(m)	0,48

4.2. Hệ thống điều khiển mô hình với vi xử lý C2000

Hệ thống điều khiển mô hình con lắc ngược hệ trượt với Vi xử lý C2000 được mô tả trong Hình 4. Trước tiên, thông số đầu vào và chương trình điều khiển được thực hiện với sự hỗ trợ của ứng dụng soạn thảo trên bộ công cụ hỗ trợ lập trình trong ứng dụng Matlab dành riêng cho vi xử lý C2000 của TI và được nạp vào mạch C2000 Delfino của Texas Instrument thông qua chương trình CCS (Code Composer Studio) sử dụng riêng cho các bo mạch DSP. Việc sử dụng bộ xử lý trung tâm với vi xử lý C2000 sẽ giúp quá trình xử lý tín hiệu theo thời gian thực được đảm bảo với độ tin cậy cao, và đồng thời quá trình tính toán phức tạp hệ thống có yêu cầu tính đồng bộ cao giữa các cơ cấu phối hợp sẽ được đảm bảo. Nguồn điện được cung cấp cho các động cơ được

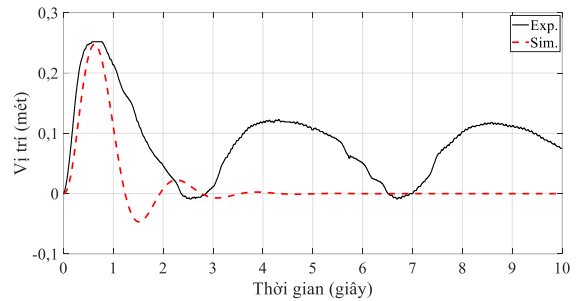
thông qua mạch cầu H, giúp cho việc đổi chiều quay của động cơ, điều này sẽ làm cho xe trượt của mô hình được di chuyển qua - lại một cách dễ dàng. Tín hiệu phản hồi của các cảm biến góc (vị trí xe trượt và góc quay con lắc) và tín hiệu điều khiển (theo phương pháp PWM) đều được thực hiện bởi bộ xử lý trung tâm với MCU C2000.



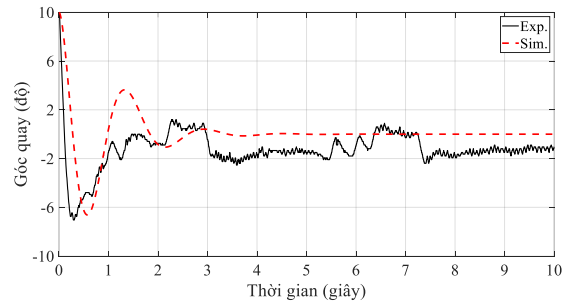
Hình 4. Hệ thống điều khiển mô hình con lắc ngược hệ trượt với vi xử lý C2000

5. Kết quả

5.1. Kiểm tra thuật toán LQR



Hình 5. Đáp ứng vị trí xe mô phỏng



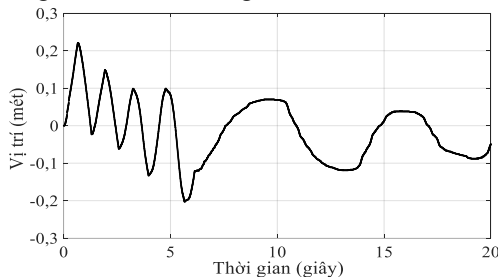
Hình 6. Đáp ứng góc thanh lắc mô phỏng

Kết quả so sánh mô phỏng và thực nghiệm quá trình ổn định thanh lắc xung quanh vị trí cân bằng được thể hiện trong Hình 5 và Hình 6. Các kết quả trên được thực hiện dựa trên các thông số mô hình tương ứng trong Bảng 1. Quá trình ổn định thanh lắc được thực hiện khi thanh lắc có góc lệch $\pm 10^\circ$ so với phương thẳng đứng hướng lên. Lúc này bộ điều khiển LQR sẽ có nhiệm vụ đưa thanh lắc về vị trí thẳng đứng hướng lên và duy trì trạng thái này trong quá trình khảo sát. Bên cạnh đó, bộ điều khiển PD kiểm soát xe trượt luôn nằm trong vùng giới hạn của bàn trượt. Các hệ số của bộ điều

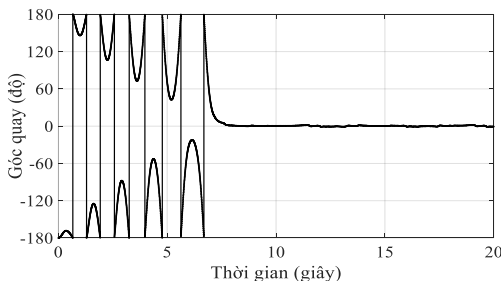
khởi LQR và PD được thiết kế bởi công cụ PID tuning của phần mềm MATLAB có thể đáp ứng được cho mô hình thực nghiệm. Tuy nhiên, kết quả mô phỏng (nét đứt màu đỏ) và thực nghiệm (nét liền màu đen) còn có sự sai lệch sau 1 giây. Các sai lệch này được gây ra trong quá trình hoạt động của mô hình thực nghiệm. Các sai số đó có thể xuất phát từ việc bỏ qua ma sát của xe trượt, ổ bi, độ cứng vững của khung máy và các tác động nhiễu từ bên ngoài.

5.2. Thực nghiệm

Kết quả thực nghiệm của hệ con lắc trượt trong quá trình Swing-up và ổn định sau đó được thể hiện trong Hình 7 và 8. Quá trình Swing-up thực hiện nhiệm vụ nâng con lắc từ vị trí đứng yên theo phương hướng xuống chuyển động quay ngược lên phương trên; Đến khi đạt vị trí gần cân bằng hệ điều khiển của mô hình sẽ thực hiện quá trình kiểm soát cân bằng quanh phương con lắc dựng đứng hướng lên nhờ vào phương pháp điều khiển LQR. Quá trình tác động khiển cho con lắc dịch chuyển ra khỏi vị trí đứng yên ban đầu (phương thẳng đứng hướng xuống) được hỗ trợ bởi một lực tác động mạnh khiến xe trượt tăng tốc nhanh, lực này có được tạo ra bởi chuyển động của động cơ đầu vào với gia tốc đủ lớn. Dựa vào kết quả thực nghiệm, mô hình con lắc hệ trượt đã thiết kế cần 8 giây để ổn định quanh vị trí cân bằng, quá trình đó đã bao gồm quá trình Swing-up và cân bằng hệ thống theo LQR. Tuy nhiên, khi hệ thống chuyển sang trạng thái cân bằng thanh lắc, thời gian đáp ứng của thanh lắc có sai khác so với kết quả thực nghiệm thể hiện trong Hình 6. Điều này được gây ra bởi thanh lắc khi đạt được góc lệch 10 độ, tốc độ góc lúc này là lớn do quá trình Swing-up gây ra nên thanh lắc đạt được trạng thái xác lập nhanh hơn. Nhìn chung, thời gian đạt được trạng thái cân bằng của mô hình là hợp lý và chấp nhận được cho một hệ thực nghiệm của con lắc ngược hệ trượt tiêu chuẩn.



Hình 7. Đáp ứng vị trí xe thực nghiệm



Hình 8. Đáp ứng góc thanh lắc thực nghiệm

6. Kết luận

Bài báo mô tả các bước thực hiện và thí nghiệm trên một hệ con lắc ngược được thiết kế để điều khiển với bộ vi xử lý C2000 của Texas Instrument (TI). Các đặc điểm và thông số cần thiết để chế tạo một mô hình con lắc ngược hệ trượt đã được mô tả chi tiết. Mô hình điều khiển cân bằng hệ thống

con lắc ngược này đã được giới thiệu dựa trên sự kết hợp của phương pháp điều khiển PID truyền thống và phương pháp cân bằng tuyến tính toàn phương LQR. Ngoài ra, bộ vi xử lý C2000 của Texas Instrument đã được sử dụng để điều khiển và kiểm soát mô hình thực tế đã xây dựng.

Quá trình điều khiển cân bằng của mô hình con lắc ngược đã được chứng minh đạt được hiệu quả dựa trên các kết quả thực nghiệm. Các dao động lớn do được từ các cảm biến được xác định trong quá trình Swing-up của con lắc nhằm đưa con lắc dựng ngược. Sau khoảng thời gian 8 giây, con lắc đã đạt được trạng thái cân bằng ở vị trí dựng ngược đó.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] J. K. Roberge. *The mechanical seal. Bachelor's thesis, Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, 1960.
- [2] K. Furuta, M. Yamakita, S. Kobayashi. "Swing up control of inverted pendulum", in *Proceedings of Inter. Conf. on Industrial Electronics, Control and Instrumentation*, vol. 3, 1991, pp. 2193-2198.
- [3] H.J.T. Smith, J.A. Blackburn, "Experimental study of an inverted pendulum", *Ame. J. of Physics*, 60(10), 1992, pp. 909-911.
- [4] Z. Chang, H. Chu, Y. Shao, X. Zhang, "A Synthetic LQR Control for The Planar Inverted Pendulum", in *Proc. of 2019 Chinese Automation Congress (CAC)*, 2019, pp. 3583-3587.
- [5] A. D. Pham, H.J. Ahn, "Evaluation of Input Shaping Methods for the Nonlinear Vibration System Using a Furuta Pendulum", *J. Korean Soc. Precis. Eng.*, 37(11), 2020, pp. 827-833.
- [6] L. B. Prasad, B. Tyagi and H. O. Gupta, "Optimal control of nonlinear inverted pendulum dynamical system with disturbance input using PID controller & LQR", *2011 IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering*, 2011, pp. 540-545.
- [7] N. Muskinja and B. Tovornik, "Swinging up and stabilization of a real inverted pendulum", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53(2), 2006, pp. 631-639.
- [8] I. Siradjuddin, Z. Amalia, B. Setiawan, R. P. Wicaksono and E. Yudaningtyas, "Stabilising a cart inverted pendulum system using pole placement control method", *2017 15th International Conference on Quality in Research (QiR) : International Symposium on Electrical and Computer Engineering*, 2017, pp. 197-203.
- [9] A. Ghosh, T. Krishnan and B. Subudhi, "Robust proportional-integral-derivative compensation of an inverted cart-pendulum system: an experimental study", *IET Control Theory Amp Appl.*, vol. 6, 2012, pp. 1145-1152.
- [10] S. K. Valluru, M. Singh, M. Singh and V. Khattar, "Experimental Validation of PID and LQR Control Techniques for Stabilization of Cart Inverted Pendulum System", *2018 3rd IEEE International Conference on Recent Trends in Electronics, Information & Communication Technology (RTEICT)*, 2018, pp. 708-712.
- [11] A. Jain, A. Sharma, V. Jatuly, B. Azzopardi and S. Choudhury, "Real-Time Swing-Up Control of Non-Linear Inverted Pendulum Using Lyapunov Based Optimized Fuzzy Logic Control", *IEEE Access*, vol. 9, 2011, pp. 50715-50726.
- [12] L. B. Prasad, H. O. Gupta and B. Tyagi, "Intelligent control of nonlinear inverted pendulum dynamical system with disturbance input using fuzzy logic systems", *2011 International Conference On Recent Advancements In Electrical, Electronics And Control Engineering*, 2011, pp. 136-141.
- [13] Cao Xuân Cường, Trần Đình Khôi Quốc, "Điều khiển mô hình con lắc ngược sử dụng bộ điều khiển LQR với hai vòng phản hồi", *Tạp chí Khoa học và Công nghệ - Đại học Đà Nẵng*, Số 5 (126), 2018, quyển 1, pp. 16-20.
- [14] Nguyễn Thanh Tân, *Báo cáo tổng kết đề tài nghiên cứu khoa học cấp trường: Thiết kế mô hình cân bằng con lắc ngược*, Đại học Trà Vinh, 2017.
- [15] L. Zhang and Y. Tu, "Research of Car Inverted Pendulum Model Based on Lagrange Equation", *2006 6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, vol. 1, 2006, pp. 820-824.
- [16] H. N. Le, P. V. Dang, A.-D. Pham and N. T. Vo, "System identifications of a 2DOF pendulum controlled by QUBE-servo and its unwanted oscillation factors", *Archive of Mechanical Engineering*, vol. 67, 2020, pp. 435-450.