

BỘ QUAN SÁT TRẠNG THÁI BỀN VỮNG H_∞ CHO HỆ THỐNG PHI TUYẾN LIPSCHITZ VỚI THÔNG SỐ THAY ĐỔI: PHƯƠNG PHÁP CHIA LƯỚI

ROBUST H_∞ OBSERVER FOR LIPSCHITZ NONLINEAR PARAMETER VARYING SYSTEM: GRID-BASED APPROACH

Hoàng Dũng, Phạm Thanh Phong*, Phan Thị Thanh Vân, Phạm Duy Dương, Dương Quang Thiện

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật - Đại học Đà Nẵng¹

*Tác giả liên hệ: pthong@ute.udn.vn

(Nhận bài: 03/9/2022; Chấp nhận đăng: 25/10/2022)

Tóm tắt - Bài báo trình bày thiết kế bộ quan sát trạng thái bền vững H_∞ cho hệ thống phi tuyến Lipschitz với thông số thay đổi bằng phương pháp chia lưới. Trong đó, ảnh hưởng của nhiễu lên sai số ước lượng được giảm thiểu bằng cách sử dụng chuẩn hệ thống H_∞ , trong khi đó thành phần phi tuyến được bao lại bởi hệ một điều kiện Lipschitz. Dựa vào phân tích ổn định của hệ thống bằng hàm Lyapunov phụ thuộc, bài toán thiết kế bộ quan sát được đưa về dạng bài toán giải bất phương trình ma trận tuyến tính LMI phụ thuộc bằng phương pháp chia lưới. Sau đó, bộ quan sát được áp dụng vào ước lượng trạng thái của hệ thống treo bán tích cực để đánh giá hiệu quả của phương pháp đề xuất. Các kết quả mô phỏng thể hiện được hiệu quả của phương pháp đề xuất.

Từ khóa - Bộ quan sát bền vững H_∞ ; Bất phương trình ma trận tuyến tính; Hệ thống phi tuyến với thông số thay đổi; phương pháp chia lưới.

1. Phần mở đầu

Bộ quan sát trạng thái là một hướng nghiên cứu quan trọng và thu hút được nhiều nhà khoa học cả trong công nghiệp và trong học thuật khi nhu cầu ước lượng các trạng thái và chẩn đoán lỗi của các hệ thống ngày càng cao. Từ những kết quả ban đầu về bộ lọc Kalman [1] - [2] và bộ quan sát trạng thái Luenberger [3], có thể phân loại các hướng nghiên cứu về bộ quan sát trạng thái như sau: i) Mở rộng các bộ quan sát cổ điển cho các hệ thống treo tạp chịu tác động của nhiễu, thành phần không chắc chắn trong mô hình toán học, thành phần phi tuyến [4] - [12]; ii) Ứng dụng các bộ quan sát vào một hệ thống thực tế, một số ví dụ như ước lượng các trạng thái của hệ thống ô tô [13] - [17], áp dụng hệ định vị quán tính [18] - [19], hệ thống chẩn đoán lỗi [20] - [22]; iii) Phát triển các cấu trúc bộ quan sát mới, như bộ quan sát PI, bộ quan sát tổng quát [23] - [31].

Trong bài báo này, nhóm tác giả tập trung vào hướng thứ nhất và hướng thứ ba. Trong hướng thứ nhất, các công bố [7]-[9] đã phát triển bộ quan sát cho hệ thống phi tuyến dạng Lipschitz, nhưng chưa xét đến sự thay đổi của các thông số trong các ma trận hệ thống. Để giải quyết vấn đề này, các bài báo [4]-[5] đã trình bày phương pháp thiết kế bộ quan sát cho các hệ thống phi tuyến với thông số thay đổi, trong đó các thông số thay đổi này được xem như là biến lập lịch trình của hệ thống. Sau đó, bộ quan sát trạng thái với ma trận bộ quan sát thay đổi tương ứng với biến lập lịch trình được thiết kế. Tuy nhiên, trong các nghiên cứu này sử dụng chuẩn H_∞ để giảm thiểu ảnh hưởng của

Abstract - This paper presents the design of a robust observer H_∞ for a Lipschitz nonlinear parameter varying system using a grid-based approach. The effect of unknown input disturbance on the estimation error states is minimized by using the criterion H_∞ , while the nonlinearity is bounded via a Lipschitz condition. Based on the analysis of the stability of the estimation error system using the parameter-dependent Lyapunov function, the observer design problem is reduced to solve the LMIs optimization by using a grid-based approach. Then the observer is applied to estimate the states of the semi-active damper to assess the performance of the proposed approach. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words - Robust H_∞ observer; Linear Matrix Inequality; Nonlinear parameter varying system; grid-based approach.

cả tín hiệu đầu vào không biết và nhiễu đo lường lên sai số ước lượng, nhưng chưa xét đến tốc độ hội tụ của bộ quan sát. Do đó, trong bài báo này một phương pháp thiết kế bộ quan sát H_∞ cho hệ thống phi tuyến với thông số thay đổi có xem xét đến tốc độ hội tụ của bộ quan sát bằng phương pháp chia lưới. Cụ thể là chuẩn H_∞ được sử dụng để giảm thiểu ảnh hưởng của tín hiệu nhiễu, trong khi thành phần phi tuyến được bao lại bởi một điều kiện Lipschitz. Sau đó, bài toán thiết kế bộ quan sát được đưa về dạng bài toán tối ưu giải hệ bất phương trình ma trận tuyến tính (LMIs) để tìm ma trận của bộ quan sát thông qua việc phân tích ổn định của hệ thống sai số ước lượng bằng hàm Lyapunov phụ thuộc. Sau đó, để giải được bất phương trình ma trận tuyến tính phụ thuộc này, một phương pháp chia lưới được trình bày. Ngoài ra, để đánh giá hiệu quả của phương pháp mới này, bộ quan sát được áp dụng vào ước lượng trạng thái của hệ thống giảm chấn bán tích cực của ô tô.

Hai đóng góp chính của bài báo được tóm tắt như sau:

- Phát triển bộ quan sát trạng thái bền vững H_∞ cho hệ thống phi tuyến với thông số thay đổi và có xét đến tín hiệu nhiễu bằng phương pháp chia lưới.
- Áp dụng vào ước lượng trạng thái của hệ thống treo bán tích cực của ô tô.

2. Hệ thống phi tuyến có thông số thay đổi (NonLinear Parameter Varying system)

Trong phạm vi bài báo này, hệ thống phi tuyến có thông số thay đổi được xem xét. Phương trình trạng thái của hệ

¹ The University of Danang - University of Technology and Education (Dung Hoang, Thanh-Phong Pham, Phan Thi Thanh Van, Duy Duong Pham, Quang Thien Duong)

thống như sau:

$$\begin{cases} \dot{x} = A \rho x + B_1 \rho u + B_2 \rho \Phi x + D_1 \omega \\ y = C \rho x + D_2 \omega \end{cases} \quad (1)$$

với $x \in R^{n_x}$ là vector trạng thái của hệ thống; $u \in R^{n_u}$ là vector tín hiệu điều khiển; $y \in R^{n_y}$ là vector tín hiệu đo đầu ra; $\omega \in R^{n_\omega}$ vector tín hiệu nhiễu; $\rho \in R^{n_\rho}$ là vector biến lập lịch trình; $A \rho \in R^{n_x \times n_x}$, $B_1 \rho \in R^{n_x \times n_u}$, $B_2 \rho \in R^{n_x \times n_x}$, $D_1 \in R^{n_x \times n_\omega}$, $C \rho \in R^{n_y \times n_x}$, $D_2 \in R^{n_y \times n_\omega}$ là các ma trận hệ thống. Φx là hàm phi tuyến.

Ở đây giả sử rằng ρ được biết thông qua đo lường hoặc thông qua các trạng thái ước lượng. Ngoài ra, hàm phi tuyến Φx cũng được giả sử là thỏa mãn điều kiện Lipschitz như sau:

$$\|\Phi x - \Phi \hat{x}\| \leq \gamma_l \|x - \hat{x}\|, \forall x, \hat{x} \quad (2)$$

với, γ_l là hằng số Lipschitz. Theo tài liệu tham khảo [34], điều kiện Lipschitz (2) có thể viết lại như sau:

$$\|\Phi x - \Phi \hat{x}\| \leq \|\Gamma x - \hat{x}\|, \forall x, \hat{x} \quad (3)$$

với Γ là ma trận hằng đã biết.

Hệ thống (1) có các ma trận của hệ thống $A \rho$, $B_1 \rho$, $B_2 \rho$ là các ma trận phụ thuộc vào biến lập lịch trình ρ . Do đó, hệ thống phi tuyến có thông số thay đổi (1) này tổng quát hơn các hệ thống phi tuyến mà có ma trận hệ thống là hằng. Bên cạnh đó, hệ thống phi tuyến có thông số thay đổi (1) cũng xem xét đến nhiễu ω .

Chú ý rằng, trong trường hợp hệ thống phi tuyến có tồn tại hai dạng nhiễu (nhiều đầu vào hệ thống và nhiễu đo lường) được xem xét trong bài báo [35], có phương trình trạng thái như sau:

$$\begin{cases} \dot{x} = A \rho x + B_1 \rho u + B_2 \rho \Phi x + D_1 \omega_s \\ y = Cx + D_2 \omega_m \end{cases} \quad (4)$$

Trong đó, $\omega_s \in R^{n_{\omega_s}}$ và $\omega_m \in R^{n_{\omega_m}}$ lần lượt là vector tín hiệu nhiễu đầu vào hệ thống và vector nhiễu đo lường.

Hệ thống (4) hoàn toàn có thể viết về dạng hệ thống (1) như sau:

$$\begin{cases} \dot{x} = A \rho x + B_1 \rho u + B_2 \rho \Phi x + \bar{D}_1 \omega \\ y = Cx + \bar{D}_2 \omega \end{cases} \quad (5)$$

Với $\omega = \begin{pmatrix} \omega_s \\ \omega_m \end{pmatrix}$, $\bar{D}_1 = D_1 \ 0$, $\bar{D}_2 = 0 \ D_2$, ma trận

hằng C là một trường hợp đặc biệt của ma trận phụ thuộc $C \rho$.

Rõ ràng hệ thống (1) là dạng tổng quát hơn hệ thống (4) và hệ thống (4) hoàn toàn có thể biến đổi về hệ thống (1). Do vậy, trong phần tiếp theo, các bước thiết kế bộ quan sát cho hệ thống (1) sẽ được trình bày.

3. Bộ quan sát trạng thái

3.1. Cấu trúc bộ quan sát trạng thái

Trong bài này, bộ quan sát trạng thái Luenberger được mở rộng cho hệ thống phi tuyến với thông số thay đổi (1). Cấu trúc của bộ quan sát như sau:

$$\dot{\hat{x}} = A \rho \hat{x} + B_1 \rho u + B_2 \rho \Phi \hat{x} + L \rho y - C \rho \hat{x} \quad (6)$$

với $\hat{x} \in R^{n_x}$ là vector trạng thái ước lượng của vector x ; $A \rho$, $B_1 \rho$, $B_2 \rho$ là các ma trận hệ thống (1) đã biết; $L \rho$ là ma trận bộ quan sát sẽ được thiết kế.

Để thiết kế ma trận bộ quan sát $L \rho$, sai số ước lượng e được định nghĩa như sau:

$$e = x - \hat{x} \quad (7)$$

Lấy đạo hàm hai vế của phương trình (7), ta được:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \quad (8)$$

Thay thế (1) và (6) vào (8), ta được \dot{e} như sau:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A \rho x + B_1 \rho u + B_2 \rho \Phi x + D_1 \omega \\ &- \left[A \rho \hat{x} + B_1 \rho u + B_2 \rho \Phi \hat{x} + L \rho y - C \rho \hat{x} \right] \quad (9) \\ &= A \rho - L \rho C e + B_2 \rho \Delta \Phi + D_1 - L \rho D_2 \omega \end{aligned}$$

với $\Delta \Phi = \Phi(x) - \Phi(\hat{x})$.

Ma trận bộ quan sát $L \rho$ được thiết kế sao cho thỏa hai điều kiện sau:

- Hệ thống (9) ổn định theo hàm mũ, trong trường hợp $\omega = 0$.

- Giảm thiểu γ sao cho $\frac{\|e(t)\|_2}{\|\omega(t)\|_2} < \gamma$ trong trường hợp $\omega \neq 0$.

Để đáp ứng các yêu cầu trên, bài toán tìm ma trận $L \rho$ thỏa được hai điều kiện trên sẽ chuyển về bài toán giải bất phương trình ma trận tuyến tính LMI (Linear Matrix Inequality). Phần tiếp theo sẽ được trình bày việc đưa bài toán về dạng giải hệ bất phương trình ma trận LMI.

3.2. Thiết kế bộ quan sát

Trong phần này, bất phương trình ma trận tuyến tính LMI (giải tìm $L \rho$ thỏa các yêu cầu) được đưa ra bằng cách phân tích ổn định của hệ thống (9) thông qua việc sử dụng một hàm Lyapunov toàn phương phụ thuộc vào ρ .

Giả sử rằng đạo hàm của biến lập lịch trình $|\dot{\rho}| \leq \nu$. Ma trận bộ quan sát $L \rho$ được tìm thông qua Định lý sau:

Định lý 1: Xét hệ thống (1) và bộ quan sát trạng thái (6). Giả sử rằng đạo hàm của biến lập lịch trình $|\dot{\rho}| \leq \nu$. Ma trận bộ quan sát được thiết kế thỏa mãn các điều kiện nếu tồn tại một ma trận dương đối xứng $P \rho$, các ma trận $Y \rho$ và hai hệ số dương ε_l và γ là nghiệm của bài toán tối ưu LMI sau:

$$\min_{P, Y, \rho, \varepsilon_l} \gamma^2$$

s.t.

$$\begin{bmatrix} M_1 \rho & M_2 \rho & M_3 \rho \\ M_2 \rho^T & -\varepsilon_l I & 0 \\ M_3 \rho^T & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

với

$$M_1 \rho = A \rho^T P \rho + P \rho A \rho + C \rho^T Y \rho^T + Y \rho C \rho + 2\beta P \rho \pm \nu \frac{\partial P}{\partial \rho} + I + \varepsilon_l \Gamma^T \Gamma,$$

$$M_2 \rho = P \rho B_2 \rho, \quad M_3 \rho = P \rho D_1 + Y \rho D_2$$

khi đó ma trận bộ quan sát $L \rho = -P \rho^{-1} Y \rho$

Chứng minh: Chọn hàm Lyapunov dạng toàn phương phụ thuộc vào ρ như sau:

$$V e, \rho = e^T P \rho e \quad (11)$$

Đạo hàm hai vế của (11), ta được:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} e, \rho &= \dot{e}^T P \rho e + e^T P \rho \dot{e} + e^T \dot{P} \rho e \\ &= \dot{e}^T P \rho e + e^T P \rho \dot{e} + e^T \dot{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} e \end{aligned} \quad (12)$$

Thay (9) vào (12), ta được:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} e, \rho &= [A \rho - L \rho C \rho e + B_2 \rho \Delta\Phi + D_1 - L \rho D_2 \omega]^T P \rho e \\ &+ e^T P \rho [A \rho - L \rho C \rho e + B_2 \rho \Delta\Phi + D_1 - L \rho D_2 \omega] + e^T \dot{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} e \\ &= \begin{bmatrix} e \\ \Delta\Phi \\ \omega \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Omega_1 \rho + \dot{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} & P \rho B_2 \rho & \Omega_2 \rho \\ B_2 \rho^T P \rho & 0 & 0 \\ \Omega_2 \rho^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \Delta\Phi \\ \omega \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

với $\Omega_1 \rho = A \rho - L \rho C \rho^T P \rho + P \rho A \rho - L \rho C \rho$,
 $\Omega_2 \rho = P \rho D_1 - L \rho D_2$

Để đơn giản trong trình bày, đặt $\eta = \begin{bmatrix} e \\ \Delta\Phi \\ \omega \end{bmatrix}$, (13) được

viết gọn lại như sau:

$$\frac{dV}{dt} e, \rho = \eta^T \Sigma_1 \rho \eta \quad (14)$$

với

$$\Sigma_1 \rho = \begin{bmatrix} \Omega_1 \rho + \dot{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} & P \rho B_2 \rho & \Omega_2 \rho \\ B_2 \rho^T P \rho & 0 & 0 \\ \Omega_2 \rho^T & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Chọn tốc độ hội tụ β của sai số ước lượng e , ta có:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} e, \rho + 2\beta V e, \rho &= \eta^T \Sigma_1 \rho \eta + 2\beta e^T P \rho e \\ &= \eta^T \Sigma \rho \eta \end{aligned} \quad (15)$$

với

$$\Sigma \rho = \begin{bmatrix} \Omega_1 \rho + 2\beta P \rho + \dot{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} & P \rho B_2 \rho & \Omega_2 \rho \\ B_2 \rho^T P \rho & 0 & 0 \\ \Omega_2 \rho^T & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Từ điều kiện Lipschitz (3), một điều kiện tương đương (3) được viết sau:

$$\Delta\Phi^T \Delta\Phi \leq e^T \Gamma^T \Gamma e \quad (16)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\Phi^T \Delta\Phi - e^T \Gamma^T \Gamma e \leq 0$$

Để hệ thống (9) ổn định theo hàm mũ và thỏa mãn điều

kiện $\frac{\|e\|_2}{\|\omega\|_2} < \gamma$, bất phương trình sau phải được thỏa mãn:

$$\frac{dV}{dt} e, \rho + 2\beta V e, \rho + e^T e - \gamma^2 \omega_s^T \omega_s < 0 \quad (17)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dV}{dt} e, \rho + 2\beta V e, \rho + \eta^T J \eta < 0$$

$$\text{với } J = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix},$$

Áp dụng quá trình S (S-procedure) [31] vào hai điều kiện (16) và (17), ta được điều kiện thỏa mãn yêu cầu ổn

định theo hàm mũ $\frac{dV}{dt} e, \rho + 2\beta V e, \rho < 0$ và

$\frac{\|e\|_2}{\|\omega\|_2} < \gamma$ trong khi thỏa điều kiện Lipschitz (3), nếu tồn

tại một hệ số $\varepsilon_l > 0$ sao cho:

$$\frac{dV}{dt} e, \rho + 2\beta V e, \rho + \eta^T J \eta - \varepsilon_l \Delta\Phi^T \Delta\Phi - e^T \Gamma^T \Gamma e < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dV}{dt} e, \rho + 2\beta V e, \rho + \eta^T J \eta - \varepsilon_l \eta^T Q \eta < 0 \quad (18)$$

$$\text{với } Q = \begin{bmatrix} -\Gamma^T \Gamma & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Thay thế (15) vào (19) và rút gọn, ta được:

$$\eta^T \Sigma \rho + J - \varepsilon_l Q \eta < 0 \quad (19)$$

Suy ra điều kiện tương đương (20) như sau:

$$\Sigma \rho + J - \varepsilon_l Q < 0 \quad (20)$$

Thay thế các ma trận $\Sigma \rho, J, Q$ được định nghĩa trong (15), (17), (18) vào (20), ta được bất phương trình ma

trên sau:

$$\begin{pmatrix} \Omega_1 \rho + 2\beta P \rho + \dot{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} + I + \varepsilon_i \Gamma^T \Gamma & P \rho & B_2 \rho & \Omega_2 \rho \\ B_2 \rho^T & P \rho & -\varepsilon_i I & 0 \\ \Omega_2 \rho^T & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0 \quad (21)$$

Bất phương trình (22) thỏa mãn nếu điều kiện sau được thỏa mãn

$$\begin{pmatrix} \Omega_1 \rho + 2\beta P \rho \pm \nu \frac{\partial P}{\partial \rho} + I + \varepsilon_i \Gamma^T \Gamma & P \rho & B_2 \rho & \Omega_2 \rho \\ B_2 \rho^T & P \rho & -\varepsilon_i I & 0 \\ \Omega_2 \rho^T & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0 \quad (22)$$

Đặt $Y \rho = -P \rho L \rho$ và thay vào (22) ta được bất phương trình ma trận tuyến tính trong Định lí 1. Phần chứng minh của Định lí 1 hoàn thành.

Từ bất phương trình ma trận (10) trong Định lí 1, muốn giải được bất phương trình này thì ta phải giải vô số bất phương trình ma trận ứng với mỗi giá trị của biến lập lịch ρ . Điều này gần như không thể giải được. Do đó, ta sử dụng phương pháp chia lưới [4] để giải bất phương trình ma trận (10) này. Cụ thể của phương pháp này sẽ được trình bày trong phần áp dụng.

4. Áp dụng vào ước lượng trạng thái hệ thống treo bán tích cực

Tương tự như trong bài báo [4], [35], để đánh giá và phân tích bộ quan sát đề xuất trong miền tần số và miền thời gian, phương pháp này được sử dụng để ước lượng trạng thái của hệ giảm chấn bán tích cực [4].

4.1. Mô hình hóa toán học của hệ thống treo bán tích cực

Trong phần này, mô hình $\frac{1}{4}$ xe đã được tác giả trình bày trong tài liệu tham khảo [4], [13] sẽ được sử dụng để khảo sát hiệu quả của bộ quan sát. Mô hình $\frac{1}{4}$ xe gồm 1 hệ thống treo (1 lò xo có độ cứng k_s và 1 giảm chấn bán tích cực), 1 bánh xe được mô hình hóa bằng 1 lò xo có độ cứng k_t . Khối lượng thân trên của xe (m_s) được nối với khối lượng thân dưới của xe (m_{us}) thông qua hệ thống treo. Áp dụng định luật 2 Newton cho hệ thống này, phương trình động lực học dao động quanh điểm cân bằng của hệ thống như sau:

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s = -F_s - F_d \\ m_{us} \ddot{z}_{us} = F_s + F_d - F_t \end{cases} \quad (23)$$

với $F_s = k_s (z_s - z_{us})$ lực của lò xo có độ cứng k_s . $F_t = k_t (z_{us} - z_r)$ là lực do bánh xe tạo ra. Mô hình lực F_d do giảm chấn tạo ra trong bài báo [4] là như sau:

$$\begin{cases} F_d = k_0 (z_s - z_{us}) + c_0 (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) + F_{er} \\ \dot{F}_{er} = -\frac{1}{\tau} F_{er} + \frac{f_c}{\tau} \cdot u \cdot \tanh(k_1 (z_s - z_{us}) + c_1 (\dot{z}_s - \dot{z}_{us})) \end{cases} \quad (24)$$

với $k_0, k_1, c_0, c_1, \tau, f_c$ là những hệ số đã biết; z_s, z_{us} là

độ dịch chuyển của thân trên và thân dưới của xe. z_r là biên dạng mặt đường.

Ở đây, tín hiệu điều khiển đầu vào u là độ rộng xung của bộ PWM để điều khiển điện áp đặt vào giảm chấn bán tích cực. Do đó, $u \in 0\%, 100\%$.

Chọn các trạng thái của hệ thống như sau $x = x_1, x_2, x_3, x_4, x_5^T = z_s - z_{us}, \dot{z}_s, z_{us} - z_r, \dot{z}_{us}, F_{er}^T \in R^5$,

$\omega = \begin{pmatrix} \dot{z}_r \\ \omega_m \end{pmatrix} \in R^2$ là vector tín hiệu nhiễu với \dot{z}_r đạo hàm tín

hiệu mặt đường và ω_m là nhiễu đo lường, biến lập lịch $\rho = u \in R$. Sử dụng hai cảm biến gia tốc để đo gia tốc thân trên và thân dưới của xe làm đầu vào của bộ quan sát $y = \ddot{z}_s, \ddot{z}_{us}^T \in R^2$. Phương trình trạng thái của hệ thống được viết như sau:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_2 \rho \Phi x + D_1 \omega \\ y = Cx + D_2 \omega \end{cases} \quad (25)$$

Với các ma trận hệ thống $A, B_2(\rho), D_1, C, D_2$ đã biết. Hàm phi tuyến $\Phi x = \tanh \Gamma x$, $\Gamma = k_1, c_1, 0, -c_1, 0$ thỏa mãn điều kiện Lipschitz (3).

Ở ứng dụng này, ta có ma trận $B_1 \rho = 0$ và biến lập lịch ρ chỉ xuất hiện ở mỗi ma trận $B_2(\rho)$. Tuy nhiên, việc này không ảnh hưởng tới việc áp dụng phương pháp đã trình bày ở phần 3, bởi vì trong bất phương trình ma trận ở Định lí 1 không có sự xuất hiện của $B_1 \rho$ và các ma trận $A \rho = A$.

4.2. Thiết kế bộ quan sát và phân tích trong miền tần số

4.2.1. Thiết kế bộ quan sát

Như đã trình bày ở mục 3, phần này sẽ trình bày phương pháp chia lưới để giải bất phương trình ma trận (10), từ đó tìm được ma trận $L \rho$ của bộ quan sát.

Để sử dụng phương pháp chia lưới, các ma trận phụ thuộc $P \rho, L \rho, Y \rho$ được chọn là các hàm đa thức bậc 1 như sau:

$$P \rho = P_0 + \rho P_1 \quad (26)$$

$$L \rho = L_0 + \rho L_1 \quad (27)$$

Từ (26) và (27), hàm $Y \rho$ được tính như sau:

$$\begin{aligned} Y \rho &= -P \rho L \rho = -P_0 L_0 - \rho P_1 L_0 + P_0 L_1 - \rho^2 P_1 L_1 \\ &= Y_0 + \rho Y_1 + \rho^2 Y_2 \end{aligned} \quad (28)$$

Với $Y_0 = -P_0 L_0, Y_1 = -P_1 L_0 + P_0 L_1, Y_2 = -P_1 L_1$

Biến lập trình ρ được chia thành N điểm như sau:

$$\rho \in \rho_1 \cdots \rho_N \quad (29)$$

Dựa vào các giá trị $\rho_i, i = 1 \cdots N$ tại các điểm chia lưới đã biết và từ các phương trình (26), (27), (28), bài toán tối

ưu với bất phương trình ma trận (10) tìm P, ρ và Y, ρ được giảm thành bài toán tối ưu sau:

$$\begin{aligned} & \min_{P, \rho_i, Y, \rho_i, \varepsilon_i} \gamma^2 \\ & \text{s.t.} \\ & \begin{bmatrix} M_1 \rho_i & M_2 \rho_i & M_3 \rho_i \\ M_2 \rho_i^T & -\varepsilon_i I & \mathbf{0} \\ M_3 \rho_i^T & \mathbf{0} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < \mathbf{0}, i=1 \dots N \quad (30) \end{aligned}$$

với

$$M_1 \rho_i = A \rho_i^T P \rho_i + P \rho_i A \rho_i + C \rho_i^T Y \rho_i^T + Y \rho_i C \rho_i + 2\beta P \rho_i \pm \nu P_1 + I + \varepsilon_i \Gamma^T \Gamma,$$

$$M_2 \rho_i = P \rho_i B_2 \rho_i, M_3 \rho_i = P \rho_i D_1 + Y \rho_i D_2,$$

với $P \rho_i = P_0 + \rho_i P_1$; $Y \rho_i = Y_0 + \rho_i Y_1 + \rho_i^2 Y_2$.

Giải bài toán tối ưu trên tại các điểm chia lưới như đã trình bày, ta sẽ được các nghiệm P_0, P_1, Y_0, Y_1, Y_2 .

Từ các định nghĩa của Y_0, Y_1, Y_2 trong biểu thức (28), ta viết về dạng ma trận như sau:

$$-\begin{bmatrix} P_0 & 0 \\ P_1 & P_0 \\ 0 & P_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_0 \\ L_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Từ (31), ma trận L_0, L_1 được tính như sau:

$$\begin{bmatrix} L_0 \\ L_1 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} P_0 & 0 \\ P_1 & P_0 \\ 0 & P_1 \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

với \bullet^+ được kí hiệu nghịch đảo Moore–Penrose của ma trận \bullet .

Từ các kết quả L_0 và L_1 , ta tìm được L, ρ dựa vào biểu thức (27).

Để giúp người đọc có thể dễ theo dõi phương pháp thiết kế được trình bày, bảng tóm tắt các bước thiết kế được trình bày như sau:

Bảng 1. Tóm tắt các bước thiết kế bộ quan sát

Bước	Nội dung
Đầu vào của các bước thiết kế: - Những điểm chia lưới $\rho_i, i=1 \dots N$ - Các ma trận $A, B_2 \rho_i, D_1, C, D_2$	
Đầu ra của các bước thiết kế: - Ma trận bộ quan sát L_0, L_1	
Bước 1	Chọn hàm P, ρ, L, ρ theo biểu thức (26) và (27)
Bước 2	Tính hàm Y, ρ theo biểu thức (28)
Bước 3	Tính đạo hàm $\frac{\partial P}{\partial \rho} = P_1$
Bước 4	Giải bài toán tối ưu với bất phương trình ma trận (30) để tìm $P_0, P_1, Y_0, Y_1, Y_2, \varepsilon_i, \gamma$
Bước 5	Tính L_0 và L_1 theo biểu thức (32)

Áp dụng Định lí 1 với phương pháp chia lưới được tóm tắt ở Bảng 1 vào hệ thống giám chân bán tích cực với các điểm chia lưới của ρ như sau:

$$\rho = 0, 0.1, \dots, 0.9, 1$$

Ta được kết quả như sau: $\gamma = 1.4142, \varepsilon_i = 1010.6$ và

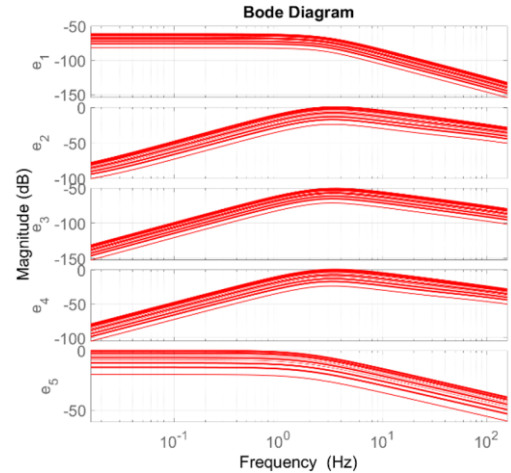
$$L_0 = \begin{bmatrix} -0.0176 & 0.000034 \\ -2325.2 & -30.3684 \\ -63.1529 & -0.0883 \\ -2325.2 & -29.3687 \\ 0.1978 & 0.000064 \end{bmatrix}, L_1 = \begin{bmatrix} -0.0008 & 0.000003 \\ -2002.4 & 4.5636 \\ -4.9521 & 0.0091 \\ -2002.4 & 4.5635 \\ -0.0844 & 0.000005 \end{bmatrix}$$

4.2.2. Phân tích trong miền tần số

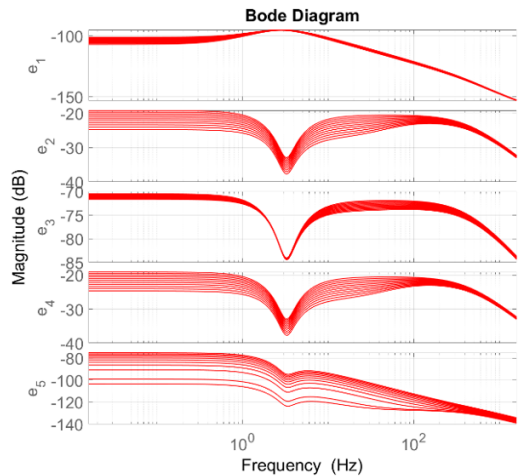
Trong phần này, sự ảnh hưởng của nhiều ω lên sai số ước lượng e sẽ được phân tích trong miền tần số.

Đồ thị Bode của các hàm truyền từ $\omega = \begin{pmatrix} \dot{z}_r \\ \omega_m \end{pmatrix}$ tới e

được thể hiện trong Hình 1 và Hình 2. Các đồ thị này được vẽ tại 11 điểm chia lưới của ρ .



Hình 1. Hàm truyền $\|e / \dot{z}_r\|$



Hình 2. Hàm truyền $\|e / \omega_m\|$

Từ Hình 1 và Hình 2 ta thấy, phương pháp này có khả năng làm suy giảm ảnh hưởng của nhiễu đến sai số ước lượng.

4.3. Một số kết quả mô phỏng

Trong phần này, bộ quan sát sẽ được mô phỏng trong miền thời gian với các giá trị ban đầu của hệ thống và của bộ quan sát là như sau:

$$x_0 = 0, 0, 0, 0, 0^T;$$

$$\hat{x}_0 = 0.015, -0.15, 0.0015, -0.15, 8^T$$

Để phân tích kết quả mô phỏng thì trong phần này chỉ tập trung so sánh giá trị lực của giảm chấn F_d và giá trị ước lượng của nó \hat{F}_d . Cả hai giá trị này được tính dựa vào công thức (24) như sau:

$$F_d = k_0 x_1 + c_0 x_2 - x_4 + x_5;$$

$$\hat{F}_d = k_0 \hat{x}_1 + c_0 \hat{x}_2 - \hat{x}_4 + \hat{x}_5$$

Trong công thức tính F_d và \hat{F}_d trên ta thấy có xuất hiện gần như đầy đủ các trạng thái và giá trị ước lượng của nó. Do đó thông qua việc so sánh lực F_d và \hat{F}_d , ta có thể đánh giá được hiệu quả ước lượng trạng thái của phương pháp đề xuất.

Để đánh giá được hiệu quả của phương pháp đề xuất trong bài báo này, phương pháp này được so sánh với phương pháp bộ quan sát LPV được trình bày trong bài báo [4].

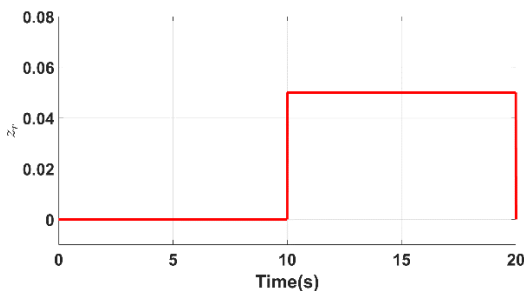
Trong phần mô phỏng này, hai kịch bản mô phỏng để đánh giá hiệu quả của bộ quan sát là như sau:

Kịch bản 1: Khi có tín hiệu mặt đường loại step. Kịch bản mô phỏng này được sử dụng để đánh giá tốc độ hội tụ của phương pháp đề xuất.

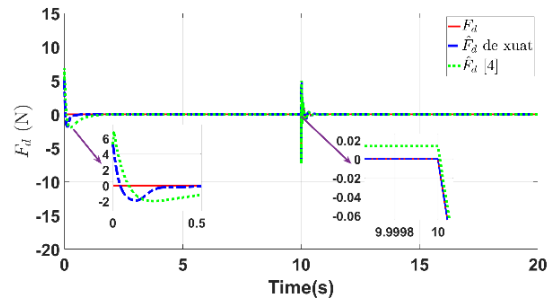
- Mặt đường z_r là tín hiệu step được thể hiện trong hình Hình 3.

- Tín hiệu điều khiển u được xét là hằng số $u = 0.1$

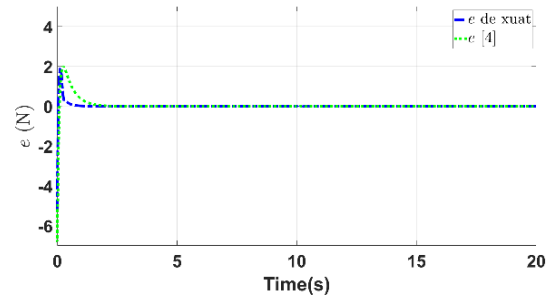
Hình 4 và Hình 5 thể hiện kết quả ước lượng lực và sai số ước lượng của bộ quan sát của kịch bản mô phỏng một. Trong đó, Hình 4 thể hiện giá trị F_d của hệ thống (đường màu đỏ) và giá trị ước lượng \hat{F}_d từ các bộ quan sát. Cụ thể là đường nét đứt màu xanh dương là phương pháp đề xuất trong bài báo, đường chấm màu xanh lá là phương pháp được đề xuất trong [4]. Sai số ước lượng của kịch bản mô phỏng một này được thể hiện trong hình Hình 5. Từ kết quả mô phỏng của kịch bản 1, bộ quan sát đề xuất có tốc độ hội tụ nhanh hơn phương pháp được đề xuất trong [4].



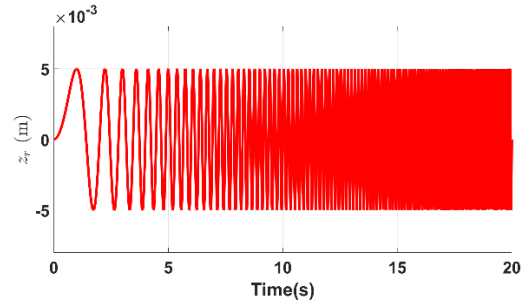
Hình 3. Biên dạng mặt đường z_r (m) trong kịch bản 1



Hình 4. Giá trị lực F_d và \hat{F}_d của hai phương pháp trong kịch bản 1



Hình 5. Sai số ước lượng trong kịch bản 1



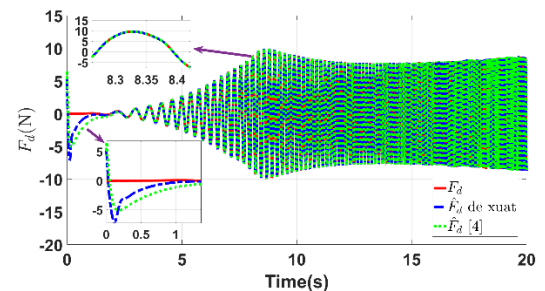
Hình 6. Biên dạng mặt đường z_r (m) trong kịch bản 2

Kịch bản 2: Khi có tín hiệu mặt đường loại chirp với tần số thay đổi từ 0Hz-10Hz. Kịch bản mô phỏng này được sử dụng để đánh giá hiệu quả của phương pháp đề xuất khi thay đổi tần số của mặt đường.

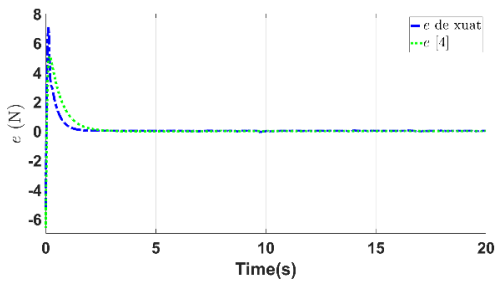
- Mặt đường z_r là tín hiệu chirp với tần số thay đổi từ 0Hz-10Hz được thể hiện trong hình Hình 6.

- Tín hiệu điều khiển u được xét là hằng số $u = 0.1$

Kết quả mô phỏng trong kịch bản 2 được thể hiện ở Hình 7 và Hình 8. Từ kết quả mô phỏng này ta thấy, bộ quan sát đề xuất hiệu quả trong trường hợp tần số của nhiễu mặt đường thay đổi.



Hình 7. Giá trị lực F_d và \hat{F}_d của hai phương pháp trong kịch bản 2



Hình 8. Sai số ước lượng trong kích bản 2

5. Kết luận

Trong bài báo này trình bày bộ quan sát trạng thái H_∞ cho hệ thống phi tuyến với thông số thay đổi, có xét đến ảnh hưởng của nhiễu. Trong đó, chuẩn H_∞ được sử dụng để giảm thiểu ảnh hưởng của nhiễu. Sau đó, bài toán thiết kế bộ quan sát được chuyển về bài toán giải bất phương trình ma trận tuyến tính LMI thông qua hàm Lyapunov toàn phương phụ thuộc. Một phương pháp chia lưới được trình bày để giải bài toán tối ưu với bất phương trình ma trận tuyến tính LMI phụ thuộc. Để đánh giá hiệu quả của phương pháp mới này, bộ quan sát được áp dụng vào ước lượng các trạng thái của hệ thống treo bán tích cực. Kết quả mô phỏng đã thể hiện được hiệu quả của phương pháp mới này.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển Khoa học và Công nghệ - Đại học Đà Nẵng trong đề tài có mã số B2020-DN06-21.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Kalman, R. E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems." *ASME. J. Basic Eng.*, vol. 82, no.1, 1960, p. 35–45, <https://doi.org/10.1115/1.3662552>.
- [2] Kalman, R. E., and Bucy, R. S., "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory." *ASME. J. Basic Eng.*, vol. 83, no. 1, 1961, p. 95–108, <https://doi.org/10.1115/1.3658902>.
- [3] Luenberger, D. G., "Observing the state of a linear system", *IEEE transactions on military electronics*, vol. 8, no. 2, 1964, p. 74-80.
- [4] Pham, T. P., Sename, O., & Dugard, L. (2021). A nonlinear parameter varying observer for real-time damper force estimation of an automotive electro-rheological suspension system. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 31, no. 17, 2021, p.8183-8205, <https://doi.org/10.1002/mc.5583>.
- [5] Wang Y, Rajamani R, Bevely DM. "Observer design for parameter varying differentiable nonlinear systems, with application to slip angle estimation", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 62, no. 4, 2016, p. 1940-1945.
- [6] Raissi, T., Efimov, D., Zolghadri, A., "Interval state estimation for a class of nonlinear systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 1, 2011, p. 260-265.
- [7] Pertew, A. M., Marquez, H. J., Zhao, Q. "H_∞ infinity observer design for lipschitz nonlinear systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 7, 2006, p. 1211-1216.
- [8] Darouach, M., Boutat-Baddas, L., Zerrougui, M., "H_∞ observers design for a class of nonlinear singular systems", *Automatica*, vol. 47, no. 11, 2011, p. 2517-2525.
- [9] Rajamani, R., "Observers for Lipschitz nonlinear systems", *IEEE transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 3, 1998, p. 397-401.
- [10] Darouach, M., Zasadzinski, M., Xu, S. J., "Full-order observers for linear systems with unknown inputs", *IEEE transactions on automatic control*, vol. 39, no. 3, 1994, p. 606-609.
- [11] Koenig, D., Marx, B., Varrier, S., "Filtering and fault estimation of descriptor switched systems", *Automatica*, vol. 63, 2016, p. 116-121.
- [12] Ha, Q. P., Trinh, H., "State and input simultaneous estimation for a class of nonlinear systems", *Automatica*, vol. 40, no. 10, 2004, p. 1779-1785.
- [13] T-P. Pham, O. Sename and L. Dugard, "Design and Experimental

- Validation of an H_∞ Observer for Vehicle Damper Force Estimation", *IFAC-PapersOnLine*, vol. 52, no. 5, 2019, p. 673-678.
- [14] T-P. Pham, O. Sename and L. Dugard, "LPV force observer design and experimental validation from a dynamical semi-active ER damper model", *IFAC-PapersOnLine*, vol. 52, no. 17, 2019, p. 60-65.
- [15] Pham, T.-P., Tran, G. Q. B., Sename, O., Phan, T. T. V., Hoang, D., Nguyen, Q. D. (2022) "Real-time Damper Force Estimation for Automotive Suspension: A Generalized H2/LPV Approach", *Periodica Polytechnica Transportation Engineering*, 50(4), pp. 309–317. <https://doi.org/10.3311/PPtr.20076>
- [16] Dugard, L., Sename, O., Aubouet, S., Talon, B., "Full vertical car observer design methodology for suspension control applications", *Control Engineering Practice*, vol. 20, no. 9, 2012, p. 832-845.
- [17] Tudón-Martínez, J. C., Fergani, S., Sename, O., Martínez, J. J., Morales-Menendez, R., Dugard, L., "Adaptive road profile estimation in semiactive car suspensions", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, no. 6, 2015, p. 2293-2305.
- [18] Pham, D. D., Duong, H. T., & Suh, Y. S., "Walking monitoring for users of standard and front-wheel walkers", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 66, no. 12, 2017, p. 3289-3298.
- [19] P. D. Dương and Đ. Q. Vinh, "Kết hợp cảm biến quán tính và một cảm biến khoảng cách trong ước lượng chuyển động bàn chân", *VCCA* 2019, 2019.
- [20] Morato, M. M., Sename, O., Dugard, L., & Nguyen, M. Q. Fault estimation for automotive electro-rheological dampers: LPV-based observer approach. *Control Engineering Practice*, vol. 85, 2019, p.11-22.
- [21] Do, M. H., Koenig, D., Theilliol, D., "Robust H_∞ proportional-integral observer-based controller for uncertain LPV system", *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 4, 2020, p. 2099-2130.
- [22] Delgado-Aguiñaga, J. A., Besancon, G., Begovich, O., & Carvajal, J. E., "Multi-leak diagnosis in pipelines based on Extended Kalman Filter". *Control Engineering Practice*, vol 49, 2016, p. 139-148.
- [23] Koenig, D., Mammari, S., "Design of proportional-integral observer for unknown input descriptor systems", *IEEE transactions on automatic control*, vol. 47, no. 12, 2002, p. 2057-2062.
- [24] Koenig, D., "Unknown input proportional multiple-integral observer design for linear descriptor systems: application to state and fault estimation", *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 50, no. 2, 2005, p. 212-217.
- [25] Komachali, F. P., Shafiee, M., Darouach, M., "Design of unknown input fractional order proportional-integral observer for fractional order singular systems with application to actuator fault diagnosis", *IET Control Theory and Applications*, vol. 13, no. 14, 2019, p. 2163-2172.
- [26] T-P. Pham, O. Sename and L. Dugard, "Unified H_∞ Observer for a Class of Nonlinear Lipschitz Systems: application to a real ER Automotive Suspension", *IEEE Control Systems Letters*, vol. 3, no. 4, 2019, p. 817-822.
- [27] G. Q. B. Tran, T-P. Pham, O Sename, "Multi-objective Unified qLPV Observer: Application to a Semi-active Suspension System", *IFAC-PapersOnLine*, vol. 54, no. 8, 2021, p. 136-141.
- [28] Gao, N., Darouach, M., Voos, H., Alma, M., "New unified H_∞ dynamic observer design for linear systems with unknown inputs", *Automatica*, vol. 65, 2016, p. 43-52.
- [29] Pérez-Estrada, A. J., Osorio-Gordillo, G. L., Darouach, M., Alma, M., Olivares-Peregrino, V. H., "Generalized dynamic observers for quasi-LPV systems with unmeasurable scheduling functions", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 28, no. 17, 2018, p. 5262-5278.
- [30] Pérez-Estrada, A. J., Osorio-Gordillo, G. L., Alma, M., Darouach, M., Olivares-Peregrino, V. H., "H_∞ generalized dynamic unknown inputs observer design for discrete LPV systems. Application to wind turbine", *European Journal of Control*, vol. 44, 2018, p. 40-49.
- [31] Osorio-Gordillo, G. L., Darouach, M., Astorga-Zaragoza, C. M., Boutat-Baddas, L., "Generalised dynamic observer design for Lipschitz non-linear descriptor systems", *IET Control Theory and Applications*, vol. 13, no. 14, 2019, p. 2270-2280.
- [32] Boyd S, El Ghaoui L, Feron E, Balakrishnan V, "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory", *SIAM*, vol. 15, Philadelphia, PA, 1994.
- [33] C. Briat, "Linear parameter-varying and time-delay systems", Analysis, observation, filtering and control. Springer, 2014.
- [34] A. Zemouche and M. Boutayeb, "On LMI conditions to design observers for Lipschitz nonlinear systems", *Automatica*, vol. 49, no. 2, 2013, p. 585–591.
- [35] P. T. Phong, N. Q. Định, P. D. Dương, "Bộ quan sát trạng thái đa mục tiêu H2 / H_∞ cho hệ thống phi tuyến với thông số thay đổi có xét đến các tín hiệu nhiễu: lý thuyết và áp dụng", *VCCA* 2021, 2022.