

KHAI TRIỂN MẶT VÀ GIAO TUYẾN ĐƯỢC SỬ DỤNG RỘNG RÃI TRONG CÁC NGÀNH CÔNG NGHIỆP CƠ KHÍ

THE DEVELOPMENT OF SURFACES AND INTERSECTIONS WILDLY USED IN MECHANICAL ENGINEERING INDUSTRIES

Nguyễn Độ, Nguyễn Công Hành*

Trường Đại học Bách khoa - Đại học Đà Nẵng¹

*Tác giả liên hệ: nchanh@dut.udn.vn

(Nhận bài: 16/10/2022; Chấp nhận đăng: 21/02/2023)

Tóm tắt - Trong các ngành cơ khí ô tô, cơ khí động lực hay cơ khí đóng tàu... có nhiều chi tiết được chế tạo từ kim loại tấm. Để chế tạo ra các chi tiết đó, trước hết phải biểu diễn hình khai triển của các mặt chúng trên bề mặt tấm kim loại, sau đó uốn, gò rồi gấp mí hoặc hàn, tán để tạo thành bề mặt của chi tiết. Để khai triển chính xác các mặt giao nhau trước hết phải biểu diễn chính xác các giao tuyến của các mặt trên bản vẽ kỹ thuật. Bài báo tập trung nghiên cứu đưa ra phương pháp khai triển nhanh các mặt khả triển như: Mặt lăng trụ, mặt chóp, mặt nón, mặt trụ cũng như giao tuyến của chúng được sử dụng rộng rãi trên các bản vẽ kỹ thuật thuộc các ngành công nghiệp kỹ thuật cơ khí.

Từ khóa - Khai triển các bề mặt; mặt lăng trụ; mặt chóp; mặt nón; mặt trụ.

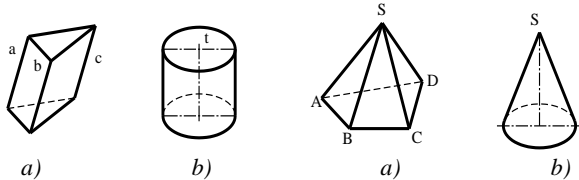
1. Đặt vấn đề

Khai triển mặt là trải tất cả các mặt bên của vật thể ra trên một mặt phẳng nhằm xác định độ lớn thật các bề mặt này. Mỗi đường trên hình khai triển là chiều dài thật của đường tương ứng trên bề mặt được khai triển.

Trong các ngành cơ khí ô tô, cơ khí đóng tàu... có nhiều chi tiết được chế tạo từ kim loại tấm. Để chế tạo ra các chi tiết đó, trước hết phải biểu diễn trên bản vẽ kỹ thuật hình khai triển của các mặt của từng chi tiết trên bề mặt tấm kim loại; sau đó uốn, gò, lắp ghép rồi gấp mép hoặc hàn, tán để tạo thành bề mặt của chi tiết.

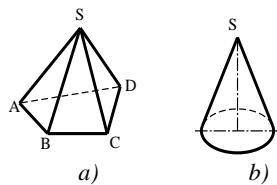
Các phương pháp khai triển mặt là:

- *Khai triển bằng đường song song*: Nó được sử dụng để khai triển các mặt xung quanh của mặt lăng trụ và các mặt cong đơn bề mặt như mặt trụ, ở đó tất cả các cạnh bên của mặt lăng trụ, các đường sinh của mặt trụ song song nhau (Hình 1a, b) [1-3].



Hình 1.

a) Mặt lăng trụ; b) Mặt trụ



Hình 2.

a) Mặt chóp; b) Mặt nón

- *Khai triển bằng đường hướng tâm*: Phương pháp này được sử dụng để khai triển các mặt chóp và các mặt cong đơn bề mặt như mặt nón, ở đó tất cả các cạnh bên của mặt chóp, các đường sinh của mặt nón đều đi qua đỉnh chóp,

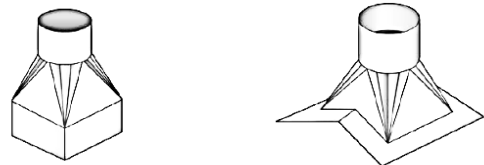
Abstract - In the automobile, engine or shipbuilding mechanics,... there are many elements made from sheet metal. In order to manufacture such parts, it is necessary to first represent the development of each part on the surface of the metal sheet, after that bend, mound and then fold the edge or weld, rivet to form the surface of the element. In order to correctly develop the intersecting surfaces, it is first necessary to accurately represent the intersections of the surfaces on the engineering drawings. The article focuses on researching and providing a fast development method of developable surfaces such as: Prismatic, pyramidal, conical and cylindrical surfaces as well as their intersections, which are widely used on engineering drawings in mechanical engineering industries.

Key words - Development of surfaces; prismatic surface; pyramidal surfaces; conical surface; cylindrical surface.

đỉnh nón (Hình 2a, b) [2-3].

- *Khai triển bằng miếng tam giác*: Phương pháp này được sử dụng để khai triển các miếng chuyển tiếp [4-5].

Các miếng chuyển tiếp thường được tạo ra để kết nối hai miếng có hình dạng khác nhau, chẳng hạn như miếng ống tròn nối miếng ống vuông hay chữ nhật (Hình 3a, b). Điều này được thực hiện bằng cách giả sử bề mặt được tạo ra từ một loạt các miếng hình tam giác đặt cạnh nhau để tạo thành hình dạng khai triển. Hình dạng miếng tam giác này được gọi là khai triển bằng tam giác.



a) Tròn - vuông

b) Tròn - chữ nhật

Hình 3. Các mặt được khai triển bằng miếng tam giác

- *Khai triển gần đúng*

Nó được sử dụng để khai triển các mặt cong đôi bề mặt như mặt cầu, mặt helicôit, mặt xilanhdrôit... Các mặt này được khai triển bằng phương pháp gần đúng. Sử dụng kiến thức hình học họa hình làm nền tảng để vẽ hình chiếu và giao tuyến các mặt giao nhau, từ đó dựng hình khai triển các mặt trên bản vẽ kỹ thuật.

Bài báo tập trung nghiên cứu đưa ra một phương pháp tổng quát khai triển nhanh và chính xác các mặt khả triển cũng như giao tuyến của chúng được sử dụng rộng rãi trên các bản vẽ kỹ thuật thuộc các ngành công nghiệp đóng tàu và cơ khí

¹ The University of Danang - University of Science and Technology (Nguyen Do, Nguyen Cong Hanh)

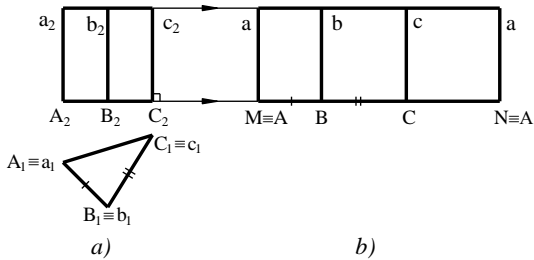
động lực,... Các hình vẽ được trình bày trong bài báo, được vẽ và tính toán chính xác trên phần mềm AutoCAD [6].

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Phương pháp nghiên cứu

2.1.1. Khai triển mặt lăng trụ có các cạnh bên song song mặt phẳng hình chiếu đứng P_2

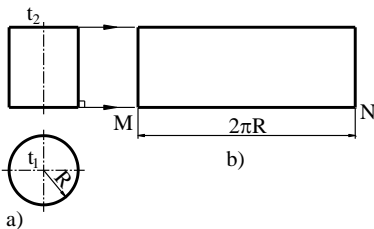
Cho lăng trụ (abc) có các cạnh a, b, c $\perp P_1$ (Hình 5a). Khai triển mặt lăng trụ ra theo phương song song và vuông góc với cạnh bao hình chiếu đứng của lăng trụ, lúc này chu vi của đa giác ABC giao tuyến của mặt phẳng cắt vuông góc với cạnh bên của mặt lăng trụ khai triển thành đoạn thẳng $MN \perp c_2$, các cạnh bên của mặt lăng trụ khai triển thành các đoạn thẳng tương ứng song song và bằng hình chiếu đứng của nó (Hình 5b).



Hình 5. Khai triển mặt lăng trụ

2.1.2. Khai triển mặt trụ có các đường sinh song song mặt phẳng hình chiếu đứng P_2

Cho mặt trụ tròn xoay trục t $\perp P_1$ (Hình 6a). Khai triển mặt trụ ra theo phương song song và vuông góc với đường sinh bao hình chiếu đứng của trụ, lúc này chu vi của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng cắt vuông góc đường sinh của mặt trụ khai triển thành đoạn thẳng $MN \perp t_2$ và $MN = 2\pi R$, các đường sinh của mặt trụ khai triển thành các đoạn thẳng tương ứng song song và bằng hình chiếu đứng của nó (Hình 6b).

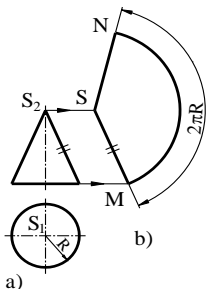


Hình 6. Khai triển mặt trụ

2.1.3. Khai triển mặt nón

- Mặt nón tròn xoay

Cho mặt nón tròn xoay trục t $\perp P_1$ (Hình 7a).



Hình 7. Khai triển mặt nón tròn xoay

Mặt nón khai triển thành hình quạt có bán kính quạt SM

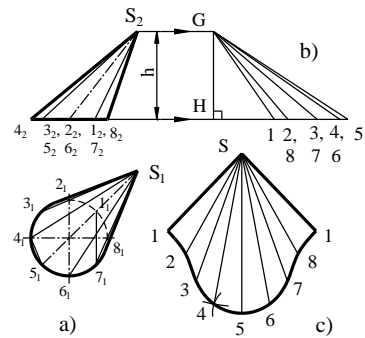
được đặt song song và bằng đường sinh bao hình chiếu đứng của mặt nón, cung quạt $MN = 2\pi R$ - chu vi của đường tròn chuẩn mặt nón thuộc mặt phẳng vuông góc trục t mặt nón (Hình 7b).

- Mặt nón xiên

Cho mặt nón xiên bậc hai đỉnh S, đường chuẩn là đường tròn (C) $\in P_1$ (Hình 8a).

Để khai triển mặt nón, ta chia đường tròn chuẩn nón ra 8 phần bằng nhau bởi các điểm chia 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Nối các điểm chia này với đỉnh S của nón.

Bằng các phép biến đổi hình chiếu hoặc bằng phương pháp tam giác trong Hình học họa hình, xác định độ lớn thật của các đường sinh mặt nón đi qua các điểm chia vừa dựng. (Hình 8b) các cạnh huyền Gi biểu diễn sơ đồ độ dài thật của các đường sinh Si của nón ($i=1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$), với $S_i = S_1i_1$. Vẽ đa giác đi qua các điểm chia nội tiếp đáy nón; rồi xác định độ dài thật của các cạnh của đa giác này. Như vậy, mặt nón bậc hai được xác định bằng các tam giác nối tiếp nhau. Từ các độ dài các cạnh của tam giác và đa giác đáy đã xác định, ta dễ dàng dựng được hình khai triển của mặt nón xiên với: $S5=G5; S4= G4...$ và $45= 4_15_1...$ (Hình 8c). Nối đường cong đi qua các điểm cuối đã khai triển của các cạnh tam giác, ta nhận được hình khai triển của mặt xung quanh của mặt nón xiên bậc hai.

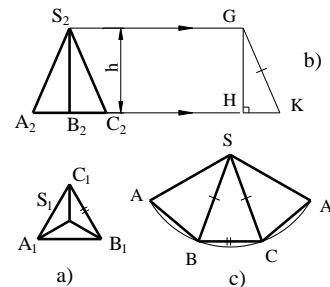


Hình 8. Khai triển mặt nón xiên

2.1.4. Khai triển mặt chóp

- Mặt chóp đa giác đều có trục vuông góc P_1

Cho mặt chóp tam giác đều (S.ABC) có chiều cao h, tam giác đều ABC $\in P_1$ (Hình 9a).



Hình 9. Khai triển mặt chóp đa giác đều

Bằng phương pháp tam giác, đặt $GH = h$; $HK=S_1A_1=S_1B_1=S_1C_1$ ta xác định được độ dài thật của các cạnh bên $SA=SB=SC=GK$ (Hình 9b).

Vì $\Delta ABC \in P_1$ nên ta biết được độ dài thật của các cạnh $AB = BC = CA = B_1C_1$.

Từ đây ta dễ dàng dựng được hình khai triển các mặt

bên của chóp (S.ABC) (Hình 9c).

- Mặt chóp xiên

Cách khai triển mặt chóp xiên được xây dựng hoàn toàn tương tự như mặt nón xiên bậc hai.

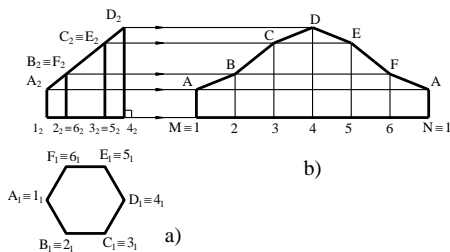
2.2. Các bài toán khai triển các mặt

2.2.1. Khai triển mặt lăng trụ

• Bài toán 1

Cho lăng trụ đứng đáy lục giác đều 123456 có các cạnh bên vuông góc P_1 (Hình 10a). Khai triển mặt lăng trụ đã cho.

Trước tiên, khai triển đáy của mặt lăng trụ thành đoạn MN đặt nằm ngang và bằng chu vi của lục giác đều đáy 123456, lúc này MN cũng được chia thành 6 đoạn bằng nhau bởi các điểm chia: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (Hình 10b).



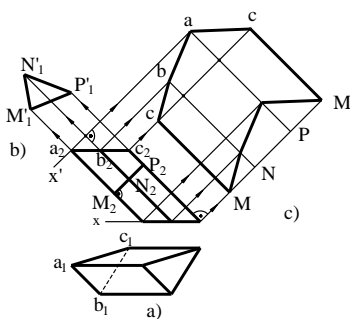
Hình 10. Khai triển mặt lăng trụ đứng đáy lục giác đều

Ta biết rằng hình chiếu đứng của các cạnh của lăng trụ có độ dài thật bằng chính nó. Nên từ hình chiếu đứng của điểm cuối A, B, C, D, E, F của các cạnh lăng trụ, dóng nằm ngang lần lượt cắt các đường thẳng đứng tương ứng đi qua các điểm chia 1, 2, 3, 4, 5, 6 \in MN cho các điểm cuối của các cạnh lăng trụ được khai triển: A, B, C, D, E, F cần tìm (Hình 10b).

• Bài toán 2

Cho mặt lăng trụ xiên (abc) có các cạnh bên song song P_2 (Hình 11a). Khai triển mặt lăng trụ xiên (abc).

Gọi ΔMNP là giao tuyến của mặt phẳng cắt vuông góc với cạnh của lăng trụ (abc), ở đây không vẽ hình chiếu bằng. Bằng phép thay đổi mặt phẳng hình chiếu bằng, ta xác định được hình chiếu bằng mới của giao tuyến $\Delta M'N'P'$ thể hiện độ lớn thật của ΔMNP giao tuyến (Hình 11b).



Hình 11. Khai triển mặt lăng trụ xiên

Khai triển mặt lăng trụ theo phương song song và vuông góc với hình chiếu đứng của cạnh lăng trụ, lúc này chu vi của ΔMNP thành ba đoạn thẳng nối tiếp nhau: MN, NP, PM (Hình 11c). Ta biết rằng hình chiếu đứng của các cạnh của lăng trụ có độ dài bằng chính nó. Nên từ hình chiếu đứng của các cạnh, dóng song song và vuông góc với c2 lần lượt cắt các đường thẳng song song c_2 tương ứng đi

qua các điểm M, N, P tại các điểm thuộc hình khai triển cần tìm (Hình 11c).

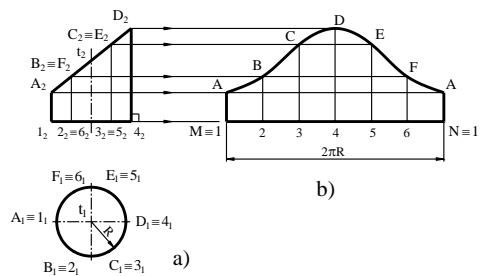
2.2.2. Khai triển mặt trụ

• Bài toán 3

Cho mặt trụ cụt đứng tròn xoay, bán kính R, trục $t \perp P_1$ (Hình 12a).

Chia đường tròn đáy trụ chia thành 6 phần bằng nhau bởi các điểm chia 1, 2... 6. Khai triển mặt trụ theo phương sinh trụ, lúc này chu vi đáy trụ khai triển thành đoạn MN // t_2 và $MN = 2\pi R$ cũng được chia thành 6 đoạn bằng nhau bởi các điểm chia tương ứng: 1, 2, 3... 6.

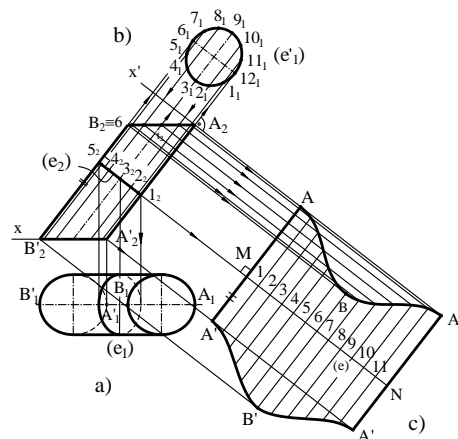
Ta biết rằng hình chiếu đứng của các đường sinh trụ có độ dài bằng chính nó, do đó, từ hình chiếu đứng của điểm cuối $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2$ các đường sinh trụ đi qua các điểm chia, dóng nằm ngang lần lượt cắt các đường thẳng đứng tương ứng đi qua các điểm chia 1, 2, 3, 4, 5, 6 trên MN cho các điểm cuối của các đường sinh trụ được khai triển: A, B, C, D, E, F cần tìm (Hình 12b).



Hình 12. Khai triển mặt trụ đứng đáy tròn

• Bài toán 3

Cho mặt lăng trụ xiên bậc hai có đường sinh song song P_2 (Hình 13a). Khai triển mặt trụ xiên bậc hai đã cho.



Hình 13. Khai triển mặt trụ xiên bậc hai

Gọi (e) là giao tuyến của mặt phẳng cắt vuông góc với đường sinh của mặt trụ, không vẽ hình chiếu bằng (e1). Bằng phép thay đổi mặt phẳng hình chiếu bằng, ta xác định được hình chiếu bằng mới của giao tuyến (e'1) thể hiện độ lớn thật của giao tuyến (e) (Hình 13b) [2-3], [5].

Khai triển mặt trụ theo phương song song và vuông góc với hình chiếu đứng của đường sinh trụ, lúc này chu vi của elip giao tuyến (e) thành đoạn MN (Hình 13c).

Vì elip đáy của trụ chia thành 12 phần bằng nhau bởi

các điểm chia 1, 2, 3... 12 nên đoạn MN cũng được chia thành 12 đoạn bằng nhau bởi các điểm chia tương ứng: 1, 2, 3... 12.

Từ các điểm chia 1, 2, 3... 12 trên đoạn MN, ta dễ dàng xác định được các đường sinh của mặt trụ đã khai triển (Hình 13c).

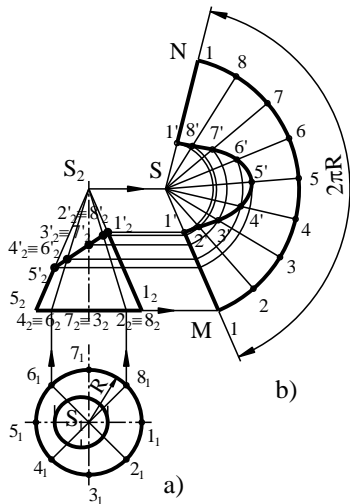
2.2.3. Khai triển mặt nón

• Bài toán 4

Cho mặt nón cụt tròn xoay có đáy là đường tròn bán kính R, trục vuông góc P₁ (Hình 14a). Khai triển mặt nón đã cho.

Trước tiên, khai triển mặt nón chưa cắt cụt đáy trên thành hình quạt tâm S, bán kính quạt SM // = S₂l₂, chiều dài cung quạt MN = 2πR – chu vi của đường tròn chuẩn mặt nón. Chia đường tròn đáy nón ra 8 phần bằng nhau bởi các điểm chia: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 thì cung quạt MN cũng được chia thành 8 phần bằng nhau (Hình 14b).

Đáy cụt của mặt nón cắt các đường sinh Si (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) tại các điểm 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8. Từ các điểm i' thuộc đáy cụt của mặt nón, kẻ các đường song song với S₂S, chúng cắt bán kính quạt SM tại các điểm, từ các điểm thuộc SM này ta vẽ các cung tròn lần lượt cắt các bán kính quạt Si tương ứng tại các điểm i' là các điểm khai triển của elíp đáy cụt trên của mặt nón (Hình 14b).



Hình 14. Khai triển mặt nón cụt tròn xoay

2.2.4. Khai triển mặt nón xiên bậc hai

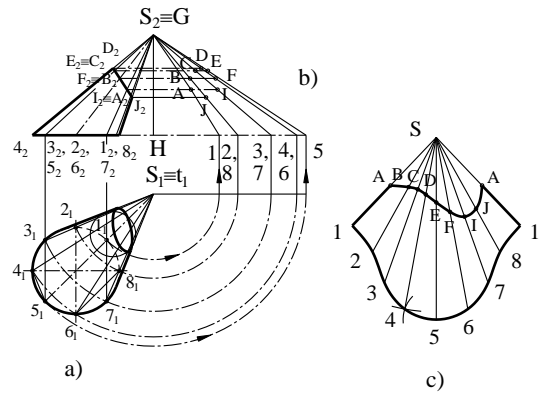
• Bài toán 5

Cho mặt nón cụt xiên bậc hai có đáy là đường tròn thuộc mặt phẳng P₁ (Hình 15a). Khai triển mặt nón đã cho.

Chia đường tròn đáy nón ra 8 phần bằng nhau bởi các điểm chia: 1, 2, 3... 8. Nối các đường sinh của mặt nón Si đi qua các điểm chia này chúng cắt đáy cụt của nón lần lượt tại các điểm A,B,C,D,E,F,I,J.

Bằng phương pháp tam giác, xác định được chiều dài thật của đoạn đường sinh: Si=Gi (i=1, 2, 3... 8); SA=GA; SB=GB; SC=GC; SD=GD; SE=GE; SF=GF; SI=GI, SJ=GJ (Hình 15b) và 45=4₁5₁. Từ các giá trị nêu trên, ta dựng được hình khai triển (Hình 15c).

Chú ý: Nếu đỉnh mặt nón cụt nằm ngoài bản vẽ thì dùng phương pháp tam giác để xác định độ dài thật của các đường sinh và các cạnh đa giác nội tiếp các đáy.



Hình 15. Khai triển mặt nón cụt xiên bậc hai

2.2.5. Khai triển mặt chuyển tiếp

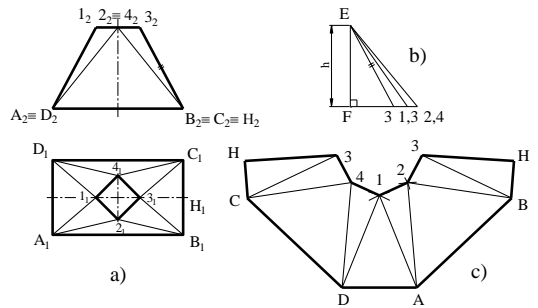
- Khai triển mặt đáy vuông nối đáy chữ nhật

• Bài toán 6

Cho mặt đáy vuông 1234 nối đáy chữ nhật ABCD. Mặt gồm có 4 mặt bên là 4 tam giác cân bằng nhau và 4 tam giác thường bằng nhau (Hình 16a).

Bằng phương pháp tam giác, vẽ EF=h - chiều cao của hai đáy; đặt F3=H₁3₁⇒E3=H3; đặt F1=A₁1₁=D₁1₁= B₁3₁= C₁3₁ ⇒E1=A1=B3 và đặt F2= A₁2₁= B₁2₁= C₁4₁= D₁4₁⇒E2=A2=B2=C4=D4 (Hình 16b). Hai đáy hình vuông và hình chữ nhật của mặt là mặt phẳng bằng nên các cạnh của nó có hình chiếu bằng thể hiện độ dài thật.

Từ các giá trị đã nêu, ta dựng được hình khai triển (Hình 16c).

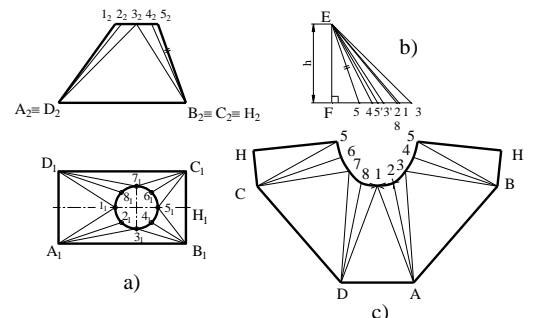


Hình 16. Khai triển mặt chuyển tiếp đáy vuông – chữ nhật

- Khai triển mặt đáy tròn nối đáy chữ nhật

• Bài toán 7

Cho mặt đáy tròn 12345678 nối đáy chữ nhật ABCD. Mặt gồm có 2 tam giác cân mặt bên: A1D, B5C; Hai tam giác thường bằng nhau A3B; C7D và bốn góc là 4 phần của bốn mặt nón đỉnh A, B, C, D đáy là 4 cung tròn thuộc đường tròn đáy của mặt (Hình 17a).



Hình 17. Khai triển mặt chuyển tiếp đáy tròn – chữ nhật

Bằng phương pháp tam giác, vẽ $EF=h$ - chiều cao của hai đáy; đặt $F5=H15_1 \Rightarrow E5=H5$; đặt $F1=A_11_1=D_11_1 \Rightarrow E1=A1=D1$ và đặt $F5'=B_15_1=C_15_1 \Rightarrow B5=C5$ và đặt $F3=A_13_1=D_17_1 \Rightarrow E3=A3=D7$ và đặt $F3'=B_13_1=C_17_1 \Rightarrow E3'=B3=C7$ (Hình 17b). Hai đáy hình tròn và hình chữ nhật của mặt là mặt phẳng bằng nên hình chiếu bằng có độ lớn thật bằng chính nó [4].

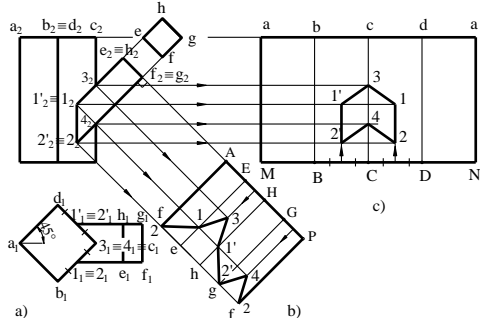
Từ các giá trị đã nêu, ta dựng được hình khai triển (Hình 17c).

2.3. Các bài toán khai triển các mặt giao nhau

2.3.1. Khai triển mặt lăng trụ giao với mặt lăng trụ

• **Bài toán 1**

Cho mặt lăng trụ vuông (abcd) có a, b, c, d \perp P_1 và mặt lăng xiên (efgh) có các cạnh // P_2 , mặt phẳng đối xứng chung của hai mặt song song P_2 (Hình 18a). Vẽ giao tuyến của hai mặt và khai triển hai mặt lăng trụ đã giao nhau.



Hình 18. Khai triển hai mặt lăng trụ giao nhau

Giao tuyến của hai mặt lăng trụ (abcd) và (efgh) là đường gấp khúc kín trong không gian: 1242'1'31 [2-3].

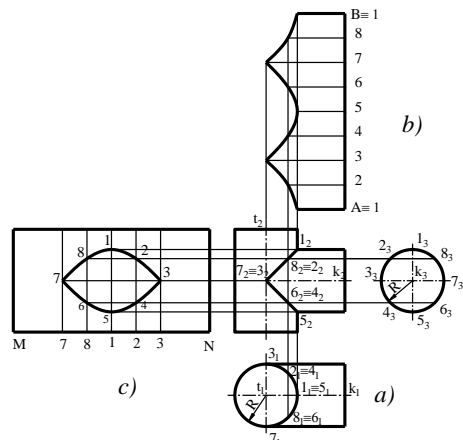
Khai triển mặt lăng trụ (efgh) theo phương song song và vuông góc cạnh f_2 , trong đó AB bằng chu vi của hình vuông efgh (Hình 18b).

Khai triển mặt lăng trụ (abcd) theo phương song song và vuông góc cạnh a_2 , trong đó MN bằng chu vi của hình vuông $a_1b_1c_1d_1$ (Hình 18c).

2.3.2. Khai triển hai mặt trụ giao nhau

• **Bài toán 2**

Cho mặt trụ tròn xoay bán kính R, trục $t \perp P_1$ và mặt trụ tròn xoay bán kính R, trục $k \perp P_3$, mặt phẳng đối xứng chung của hai mặt trụ song song P_2 (Hình 19a). Vẽ giao tuyến của hai mặt và khai triển hai mặt đã giao nhau.



Hình 19. Khai triển hai mặt trụ tròn xoay tiếp xúc giao nhau

Mặt phẳng đối xứng chung của hai mặt trụ chứa hai trục t, k // P_2 , và lại hai mặt tiếp xúc nhau tại hai điểm 3,7 nên giao tuyến của chúng là hai nửa elíp đóng kín có hình chiếu đứng suy biến thành hai đoạn thẳng 1_27_2 và 7_25_2 [2-3], [5].

Khai triển mặt trụ trục k theo phương song song và vuông góc k_2 , trong đó $AB = 2\pi R$ - chu vi của đường tròn đáy trụ trục k (Hình 19b).

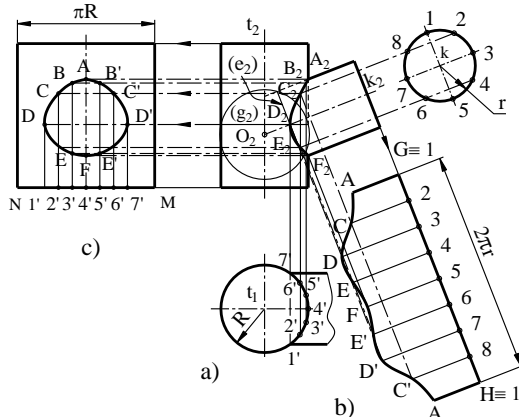
Khai triển nửa mặt trụ bên phải trục t theo phương song song và vuông góc t_2 , trong đó $MN = 2\pi R$ - chu vi của đường tròn đáy trụ trục t (Hình 19c).

• **Bài toán 3**

Cho mặt trụ tròn xoay bán kính R, trục $t \perp P_1$ và mặt trụ xiên tròn xoay bán kính r, trục k, mặt phẳng đối xứng chung của hai mặt trụ song song P_2 (Hình 20a). Vẽ giao tuyến của hai mặt và khai triển hai mặt đã giao nhau.

Hai mặt trụ trục t, k giao nhau theo đường cong ghềnh bậc 4. Vì mặt phẳng đối xứng chung của hai trụ song song P_2 nên hình chiếu đứng giao tuyến suy biến thành cung hyperbol $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$.

Vẽ giao tuyến, ta dựng các mặt cầu tâm $O = t \cap k$ phụ trợ cắt hai trụ theo hai đường tròn (g) và (e). Các giao điểm của (g₂) và (e₂) thuộc hình chiếu đứng giao tuyến.



Hình 20. Khai triển hai mặt trụ tròn xoay giao nhau

Khai triển mặt trụ trục k theo phương song song và vuông góc k_2 , trong đó $GH = 2\pi r$ - chu vi của đường tròn đáy trụ bán kính r (Hình 20b).

Khai triển nửa phải mặt trụ trục t theo phương song song và vuông góc t_2 , trong đó $MN = \pi R$ - nửa chu vi của đường tròn đáy trụ bán kính R (Hình 20c).

2.3.3. Khai triển mặt nón giao với mặt trụ

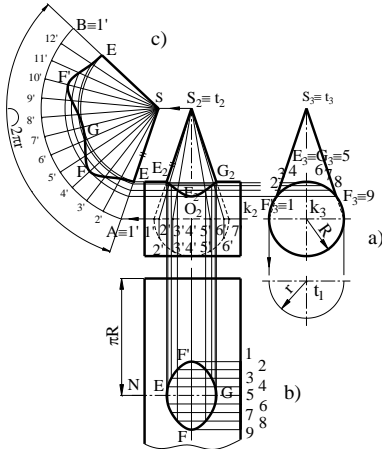
• **Bài toán 4**

Cho mặt trụ tròn xoay trục k $\perp P_3$ và mặt nón tròn xoay trục $t \perp P_1$, mặt phẳng đối xứng chung của hai mặt trụ song song P_2 (Hình 21a). Vẽ giao tuyến của hai mặt và khai triển hai mặt đã giao nhau.

Hai mặt trụ trục k và nón trục t giao nhau theo đường cong ghềnh bậc 4. Vì mặt phẳng đối xứng chung của nó song song P_2 nên hình chiếu đứng giao tuyến suy biến thành cung hyperbol $E_2F_2G_2$. Để vẽ các điểm thuộc giao ta dùng mặt cầu phụ trợ có tâm $O = t \cap k$, cầu cắt các mặt nón trụ theo các đường tròn, các đường tròn này giao nhau tại các điểm thuộc giao tuyến [2-3], [5]. Chia đáy nón ra làm 12 phần bằng nhau.

Khai triển mặt trụ trục k theo phương song song và vuông góc k_2 , trong đó $MN = \pi R$ - nửa chu vi của đường tròn đáy trụ bán kính R (Hình 21b).

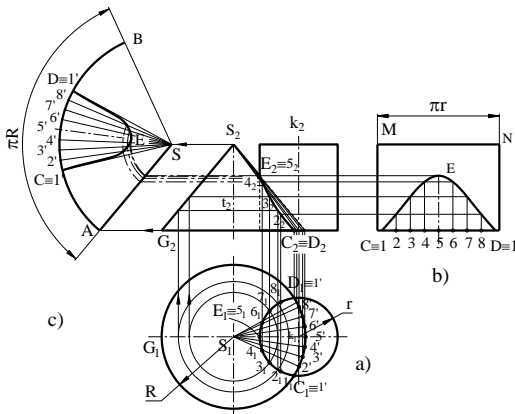
Khai triển mặt nón đỉnh S thành hình quạt bán kính quạt $SA//S_2I'$, $SA=S_2I'$ cung $AB=2\pi r$ - chu vi đường tròn đáy nón (Hình 21c).



Hình 21. Khai triển hai mặt trụ, nón tròn xoay giao nhau

• Bài toán 5

Cho mặt trụ tròn xoay trục $k \perp P_1$ và mặt nón tròn xoay trục $t \perp P_1$ (Hình 22a). Vẽ giao tuyến của hai mặt và khai triển hai mặt đã giao nhau.



Hình 22. Khai triển hai mặt nón, trụ tròn xoay giao nhau

Hai mặt trụ và nón giao nhau theo đường cong gheñh bậc 4, vì trục $t // k // P_2$ nên hình chiếu đứng của giao tuyến là cung parabol C_2E_2 . Sử dụng mặt phẳng bằng phụ trợ để vẽ các điểm thuộc giao tuyến. Hình chiếu bằng của giao tuyến là cung tròn $C_1E_1D_1$ thuộc đường tròn hình chiếu bằng của đáy nón [7].

Khai triển mặt trụ trục k theo phương song song và vuông góc k_2 , trong đó $MN = \pi r$ - nửa chu vi của đường tròn đáy trụ bán kính r (Hình 22b).

Khai triển mặt nón đỉnh S thành hình quạt bán kính quạt $SA//S_2G_2$, $SA = S_2G_2$ cung $AB = 2\pi R$, cung quạt $CD = C_1D_1$ của đường tròn đáy nón (Hình 22c).

• Bài toán 6

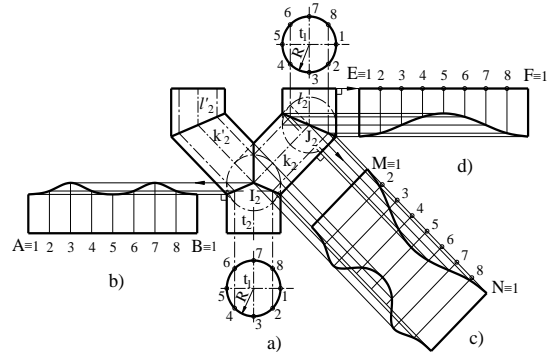
Cho các mặt trụ tròn xoay cùng đường kính, các trục của chúng nối tiếp nhau và chúng nằm trong cùng một mặt phẳng song song P_2 (Hình 23a). Vẽ giao tuyến của hai cặp mặt trụ liền kề và khai triển các mặt trụ đã giao nhau.

Các cặp mặt trụ liền kề trục (t, k) ; (t, k') ; (k, k') ; Cùng ngoại tiếp cầu (I, R) và cặp trụ trục (k, l) ngoại tiếp cầu (J, R) nên chúng giao nhau theo các đường cong elíp có hình chiếu đứng là các đoạn thẳng (Hình 23a) [4], [8-9].

Khai triển mặt trụ trục t theo phương song song và vuông góc t_2 , trong đó $AB = 2\pi R$ - chu vi của đường tròn đáy trụ bán kính R (Hình 23b).

Khai triển mặt trụ trục k theo phương song song và vuông góc k_2 , trong đó $MN = 2\pi R$ (Hình 23c).

Khai triển mặt trụ trục l theo phương song song và vuông góc l_2 , trong đó $EF = 2\pi R$ (Hình 23d).



Hình 23. Khai triển các cặp trụ tròn xoay liền kề giao nhau

3. Kết luận

Kết quả nghiên cứu đã đưa ra phương pháp khai triển tổng quát, nhanh và chính xác các mặt lăng trụ; Mặt chóp, mặt trụ, mặt nón cũng như khai triển các giao tuyến của chúng trên các bản vẽ kỹ thuật, được sử dụng rộng rãi trong các ngành công nghiệp cơ khí như: Kỹ thuật đóng tàu, kỹ thuật ô tô, kỹ thuật đường ống...

Kết quả nghiên cứu này có thể đưa vào các tài liệu giáo trình, thực hành khai triển các bề mặt hỗ trợ trong việc thiết kế, thân, vỏ ô tô, tàu thủy... nhằm phục vụ việc học tập và giảng dạy cho sinh viên nâng cao khả năng thiết kế kỹ thuật khai triển các bề mặt khả triển cũng như khai triển các mặt giao nhau được sử dụng trên các bản vẽ kỹ thuật.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Guoxin Yu, Nicholas M. Patrikalakis, Takashi Maekawa, "Optimal development of doubly curved surfaces", *Computer Aided Geometric Design*, 17 (6), 2000, 545-577.
- [2] Nguyễn Công Hành, Nguyễn Đức Sỹ, Nguyễn Độ, *Giáo trình Đồ họa kỹ thuật*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2022.
- [3] Michela Cigola, *Distinguished Figures in Descriptive Geometry and Its Applications for Mechanism Science: From the Middle Ages to the 17th Century*, Springer International Publishing, 2015.
- [4] Joseph W. Giachino, Henry J. Beukema, *Drafting and Graphics*, American Technical Society, 1972.
- [5] P.S. Gill, *Engineering Graphics & Drafting*, S. K. Kataria & Sons Publishers, 2010.
- [6] Nguyễn Độ, *AutoCAD2006 tập 1-2D*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2007.
- [7] Nguyễn Độ, Nguyễn Công Hành, Vũ Thị Hạnh, "Xác định các đặc trưng của hình chiếu giao tuyến lên mặt phẳng chứa hai trục song song của hai mặt bậc hai tròn xoay", *Tạp chí Khoa học và Công nghệ - Đại học Đà Nẵng*, 20 (3), 2022, 79-84.
- [8] Barbin E (ed.), *Descriptive geometry, the spread of a polytechnic art*, Springer, 2019.
- [9] Colin H. Simmons, Dennis E. Maguire, Neil Phelps, *Manual of Engineering Drawing: Technical Product Specification and Documentation to British and International Standards*, Elsevier, 2012.