

# MỘT PHƯƠNG PHÁP KHỬ NHIỄU HÌNH ẢNH DỰA TRÊN BIẾN PHÂN TỔNG QUÁT KHÔNG LỖI

## AN IMAGE-DENOISING METHOD BASED ON NON-CONVEX TOTAL GENERALIZED VARIATION

Phạm Công Thắng<sup>1\*</sup>, Trần Thị Thu Thảo<sup>2</sup>, Đặng Hùng Vi<sup>3</sup>, Trần Anh Kiệt<sup>4</sup>,  
Nguyễn Thế Xuân Ly<sup>1</sup>, Phạm Anh Phương<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Bách khoa - Đại học Đà Nẵng, Đà Nẵng, Việt Nam

<sup>2</sup>Trường Đại học Kinh tế - Đại học Đà Nẵng, Đà Nẵng, Việt Nam

<sup>3</sup>Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng, Đà Nẵng, Việt Nam

<sup>4</sup>Đại học Đà Nẵng, Đà Nẵng, Việt Nam

\*Tác giả liên hệ / Corresponding author: pcthang@dut.udn.vn

(Nhận bài / Received: 14/01/2023; Sửa bài / Revised: 09/3/2023; Chấp nhận đăng / Accepted: 13/3/2023)

**Tóm tắt** - Khôi phục hình ảnh gốc từ hình ảnh nhiễu quan sát được là một nhiệm vụ cơ bản trong khoa học hình ảnh. Nhiệm vụ đầy thách thức đối với khử nhiễu hình ảnh là loại bỏ nhiễu và bảo toàn các chi tiết của hình ảnh. Trong bài báo này, nhóm tác giả đề xuất về mô hình khử nhiễu ảnh với nhiễu Poisson. Mô hình được xây dựng dựa trên biến phân tổng quát không lồi có khả năng khôi phục hình ảnh với bảo toàn biên sắc nét và khắc phục được hiệu ứng bậc thang một cách đồng thời. Đối với vấn đề tối ưu, nhóm tác giả sử dụng phương pháp tách biến kết hợp với thuật toán lặp lại có trọng số và thuật toán đối ngẫu nhằm tìm nghiệm tối ưu một cách hiệu quả. Các kết quả mô phỏng thực nghiệm được đưa ra và so sánh với các giải pháp liên quan để chứng minh tính hiệu quả của giải pháp đề xuất.

**Từ khóa** - Biến phân tổng quát; khử nhiễu ảnh; tối ưu; nhiễu Poisson

### 1. Đặt vấn đề

Trong các cảm biến kỹ thuật số, hiệu ứng quang tử được sử dụng để chuyển đổi các photon thành các hạt mang điện (electrons)... Sự độc lập của các lần đến ngẫu nhiên của từng photon dẫn đến nhiễu Poisson, một dạng không chắc chắn phụ thuộc vào tín hiệu là một đặc tính của chính tín hiệu cơ bản. Trong các hệ thống hình ảnh thực, ví dụ như: Chụp ảnh thiên văn, kính hiển vi điện tử, chụp cắt lớp, chụp cộng hưởng từ, cảm biến hình ảnh đo bức xạ cảnh bằng cách đếm số lượng photon đến trên cảm biến. Tính độc lập của các photon riêng lẻ ngẫu nhiên dẫn đến nhiễu Poisson với sự phụ thuộc vào độ sáng của khung hình. Các phát hiện photon riêng lẻ có thể được coi là các sự kiện độc lập tuân theo phân bố thời gian ngẫu nhiên. Quá trình đếm photon là một quy trình Poisson cổ điển và số lượng photon được đo bởi một phần tử cảm biến nhất định trong khoảng thời gian nhất định và được mô phỏng bằng phân bố xác suất Poisson rời rạc. Do đó, nhiễu Poisson, còn được gọi là nhiễu Poisson, là một dạng không chắc chắn cơ bản liên quan đến phép đo của ánh sáng, vốn có trong bản chất lượng tử của ánh sáng và tính độc lập của việc phát hiện photon [1].

Trong nhiều năm, nhiều phương pháp đã được đề xuất

**Abstract** - Restoring the original image from the observed noisy image is a fundamental task in imaging science. The challenging task of image denoising is to remove noise and preserve the image details. In this paper, the authors propose an image-denoising model under Poisson noise. The model is built based on the non-convex total generalized variation for image restoration with preserving neat edges and overcoming the staircase effect simultaneously. For the optimization problem, the authors use a variable splitting method combined with an iteratively reweighted algorithm and dual algorithm to find the optimal solution efficiently. Experimental simulation results are given and compared with related solutions to prove the effectiveness of the proposed method.

**Key words** - Total generalized variation; image denoising; optimization; Poisson noise

để xử lý vấn đề khôi phục hình ảnh với nhiễu Poisson. Quá trình khử nhiễu là việc khôi phục lại  $u(x)$  với  $x = (x_1, x_2) \in \Omega$ ,  $x_1 = 1 \dots M$ ,  $x_2 = 1 \dots N$ ,  $\Omega \in \mathbb{R}^2$  là miền xác định của hình ảnh,  $M$  và  $N$  là các kích thước của hình ảnh. Một trong những hướng tiếp cận phổ biến là các mô hình dựa trên biến phân tổng (Total variation, TV) [2]:

$$\min_{u \in \Omega} \left( \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \beta \int_{\Omega} (u - f \log u) dx \right), \quad (1)$$

Trong đó;  $\beta$  là tham số dương;  $u$  phải dương trên  $\Omega$ ;  $\nabla$  là toán tử gradient.

Gần đây, các tác giả trong [3] đã bổ sung thêm thành phần  $\frac{\lambda}{2} |u|^2$  vào mô hình (1) và đề xuất mô hình cải tiến cho khôi phục hình ảnh bị nhiễu Poisson như sau (Total bounded variation, TBV):

$$\min_{u \in \Omega} \left( \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} |u|^2 + \beta \int_{\Omega} (u - f \log u) dx \right), \quad (2)$$

Trong đó,  $\lambda, \beta$  là các tham số dương;  $u$  phải dương trên  $\Omega$ .

<sup>1</sup> The University of Danang - University of Science and Technology, Danang, Vietnam (Pham Cong Thang, Nguyen The Xuan Ly)

<sup>2</sup> The University of Danang - University of Economics, Danang, Vietnam (Tran Thi Thu Thao)

<sup>3</sup> The University of Danang - University of Science and Education, Danang, Vietnam (Dang Hung Vi, Pham Anh Phuong)

<sup>4</sup> The University of Danang, Danang, Vietnam (Tran Anh Kiet)

Các mô hình TV (1) và TBV (2) cho phép nhận được các hình ảnh khử nhiễu với chất lượng khá tốt. Tuy nhiên, các mô hình dựa trên biến phân tổng bậc nhất này thường có những thiếu sót tồn tại, đó là các hiệu ứng bậc thang không mong muốn trên hình ảnh sau khi khử nhiễu. Để giải quyết vấn đề này, nhiều phương pháp đã được đề xuất dựa trên biến phân tổng bậc cao hơn và đã cho các kết quả khả quan. Các tác giả trong [4] đã đề xuất mô hình biến phân tổng quát như sau (TGV):

$$\min_{u \in \Omega} (TGV_{\alpha}^2(u) + \frac{\lambda}{2} |u|^2 + \beta \int_{\Omega} (u - f \log u) dx), \quad (3)$$

Trong đó,  $TGV_{\alpha}^2$  là biến phân tổng quát bậc hai với tham số dương  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$  [5].

Mô hình dựa trên TGV (3) cho phép loại bỏ hiệu ứng bậc thang tốt hơn các mô hình dựa trên TV thông thường với hiệu quả vượt trội. Tuy nhiên, hạn chế của nó là có thể gây mờ các chi tiết của hình ảnh và đôi khi còn làm mất một số chi tiết. Để tránh vấn đề này, các hướng tiếp cận dựa trên biến phân tổng quát không lồi (non-convex total generalized variation, NTGV) đã được đề xuất [6-8]. Do vậy, bài báo này nghiên cứu và đề xuất mô hình khôi phục hình ảnh với nhiễu Poisson dựa trên biến phân tổng quát không lồi như sau (NTGV):

$$\min_{u \in \Omega} (NTGV_{\alpha}^2(u) + \frac{\lambda}{2} |u|^2 + \beta \int_{\Omega} (u - f \log u) dx) \quad (4)$$

Trong đó,  $NTGV_{\alpha}^2$  là biến phân tổng quát bậc hai không lồi với tham số dương  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$  [5].

Những đóng góp chính của bài báo này là giới thiệu một mô hình mới dựa trên biến phân tổng quát không lồi cho khử nhiễu Poisson trên hình ảnh. Đóng góp quan trọng thứ hai là sử dụng phương pháp tách biến với sự kết hợp thuật toán lặp  $\ell_1$  để thực hiện tối ưu mô hình đề xuất. Cuối cùng, so với một số mô hình hiện có, kết quả thử nghiệm cho thấy, hiệu suất cạnh tranh của phương pháp khôi phục hình ảnh của nhóm tác giả về độ chính xác và chất lượng hình ảnh.

## 2. Mô hình đề xuất

Khái niệm về  $TGV_{\alpha}^2$  được giới thiệu trong [5], do đó không được đề cập lại ở đây. Dựa theo định nghĩa trong [5], biến phân tổng quát  $TGV_{\alpha}^2$  rời rạc của  $u$  có dạng như sau:

$$TGV_{\alpha}^2(u) = \min_Q (\alpha_1 \|\nabla u - Q\|_1 + \alpha_2 \|\mathfrak{S}(Q)\|_1) \quad (5)$$

Trong đó,  $\nabla u = [\nabla_1 u, \nabla_2 u]^T$ ;  $\nabla_1, \nabla_2$  lần lượt là các toán tử gradient theo hướng ngang và dọc;  $Q = (Q_1, Q_2)^T$  đại diện cho xấp xỉ của gradient bậc nhất  $\nabla u$ ;  $\mathfrak{S}(Q) = 0,5 \cdot (\nabla Q + \nabla Q^T)$  biểu diễn đạo hàm đối xứng;

$$\mathfrak{S}(Q) = \begin{bmatrix} \nabla_1 Q_1 & 0,5 \cdot (\nabla_2 Q_1 + \nabla_1 Q_2) \\ 0,5 \cdot (\nabla_2 Q_1 + \nabla_1 Q_2) & \nabla_2 Q_2 \end{bmatrix},$$

Sử dụng hàm không lồi trong phép chính quy hóa  $TGV_{\alpha}^2$  (5) chúng ta sẽ nhận được dạng như sau:

$$NTGV_{\alpha}^2(u) = \min_Q (\alpha_1 \Phi(\|\nabla u - Q\|_1) + \alpha_2 \Phi(\|\mathfrak{S}(Q)\|_1)) \quad (6)$$

Trong đó,  $\Phi$  là hàm không lồi.

Trong bài báo này, sử dụng một hàm không lồi  $\Phi(t) = \log(1 + \theta |t|)$ ,  $\theta$  là tham số dương. Do đó, từ (4) và (6), mô hình đề xuất để loại bỏ nhiễu Poisson có dạng rời rạc như sau:

$$\min_{u, Q} \left( \alpha_1 \log(1 + \theta \|\nabla u - Q\|_1) + \alpha_2 \log(1 + \theta \|\mathfrak{S}(Q)\|_1) + \frac{\lambda}{2} |u|^2 + \beta(u - f \log u) \right) \quad (7)$$

## 3. Thuật toán tính toán

Trong phần này, trình bày phương pháp để giải bài toán tối ưu. Sử dụng kỹ thuật phân tách biến để giải quyết bài toán đặt ra với tính đơn giản và hiệu quả của nó [9-11].

Về mặt tính toán, vấn đề đặt ra là rất khó để giải quyết mô hình NTGV một cách trực tiếp. Do đó, để dễ dàng giải quyết hàm không lồi trong (7), bằng cách sử dụng thuật toán  $\ell_1$  lặp lại có trọng số [12], biến đổi hàm mục tiêu (7) thành dạng như sau:

$$\min_{u, Q} \left( \alpha_1 \gamma_1^{(k)} \|\nabla u - Q\|_1 + \alpha_2 \gamma_2^{(k)} \|\mathfrak{S}(Q)\|_1 + \frac{\lambda}{2} |u|^2 + \beta(u - f \log u) \right), \quad (8)$$

với  $\gamma_1^{(i)} = \frac{\theta}{(1 + \theta \|\nabla u\|_1)}$ ,  $\gamma_2^{(i)} = \frac{\theta}{(1 + \theta \|\mathfrak{S}(Q)\|_1)}$ ,  $k$  là viết tắt của lần lặp thứ  $k$ .

Sử dụng biến phụ  $d$ , biến đổi (8) thành dạng như sau:

$$\min_{u, Q, d} \left( \alpha_1 \gamma_1^{(k)} \|\nabla u - Q\|_1 + \alpha_2 \gamma_2^{(k)} \|\mathfrak{S}(Q)\|_1 + \frac{\lambda}{2} |d|^2 + \beta(d - f \log d) \right), \quad (9)$$

sao cho  $d = u$ .

Sử dụng thuật toán tách biến, biến đổi (9) thành dạng như sau:

$$\min_{u, Q, d} \left( \alpha_1 \gamma_1^{(k)} \|\nabla u - Q\|_1 + \alpha_2 \gamma_2^{(k)} \|\mathfrak{S}(Q)\|_1 + \frac{\lambda}{2} |d|^2 + \beta(d - f \log d) + \frac{\eta}{2} \|d - u - b\|_2^2 \right),$$

Trong đó,  $\eta$  là tham số nhân tử dương.

Với các khởi tạo ban đầu  $u^{(0)}, Q^{(0)}, d^{(0)}, b^{(0)}$ , nhận được cấu trúc lặp như sau:

$$(u^{(k+1)}, Q^{(k+1)}) = \arg \min_{u, Q} \left( \alpha_1 \gamma_1^{(k)} \|\nabla u - Q\|_1 + \alpha_2 \gamma_2^{(k)} \|\mathfrak{S}(Q)\|_1 + \frac{\eta}{2} \|d^{(k)} - u - b^{(k)}\|_2^2 \right) \quad (10)$$

$$d^{(k+1)} = \arg \min_d \left( \frac{\lambda}{2} |d|^2 + \beta(d - f \log d) + \frac{\eta}{2} \|d - u^{(k+1)} - b^{(k)}\|_2^2 \right) \quad (11)$$

$$b^{(k+1)} = b^{(k)} + u^{(k+1)} - d^{(k+1)} \quad (12)$$

Đối với bài toán con (10), để tìm  $u$  và  $Q$ , sử dụng thuật toán đối ngẫu nguyên thủy (primal-dual algorithm) [13]. Theo đó, bằng việc thêm vào hai biến  $r$  và  $s$ , sẽ có hàm tối ưu với dạng sau:

$$\arg \min_{u, Q} \left( \langle \nabla u - Q, r \rangle + \langle \mathfrak{S}(Q), s \rangle + \frac{\eta}{2} \|d^{(k)} - u - b^{(k)}\|_2^2 \right) \quad (13)$$

Trong đó, ký hiệu  $\langle \cdot \rangle$  biểu thị tích vô hướng,

$$r = (r_1, r_2), \|r\|_\infty \leq \alpha_1 \gamma_1^{(k)}, s = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix}, \|s\|_\infty \leq \alpha_2 \gamma_2^{(k)}$$

nhận được các hàm mục tiêu như sau:

$$u^{(k+1)} = \arg \min_u \left( \langle \nabla u - Q, r \rangle + \frac{\eta}{2} \|d^{(k)} - u - b^{(k)}\|_2^2 \right) \quad (14)$$

$$Q^{(k+1)} = \arg \min_Q (\langle \nabla u - Q, r \rangle + \langle \mathfrak{S}(Q), s \rangle). \quad (15)$$

Dựa vào [13], với các khởi tạo ban đầu  $r^{(0)}$ ,  $s^{(0)}$ ,  $\tilde{u}^{(0)}$  và  $\tilde{Q}^{(0)}$ , dễ dàng nhận được:

$$r^{(k+1)} = \frac{r^{(k)} + \sigma(\nabla \tilde{u}^{(k)} - \tilde{Q}^{(k)})}{\max(1, r^{(k)} + \sigma(\nabla \tilde{u}^{(k)} - \tilde{Q}^{(k)}) / \alpha_1 \gamma_1^{(k)})} \quad (16)$$

$$s^{(k+1)} = \frac{s^{(k)} + \sigma \mathfrak{S}(\tilde{Q}^{(k)})}{\max(1, s^{(k)} + \sigma \mathfrak{S}(\tilde{Q}^{(k)}) / \alpha_2 \gamma_2^{(k)})} \quad (17)$$

Trong đó,  $\sigma > 0$  là tham số bước.

Để tìm  $u$  và  $Q$ , có thể sử dụng phương pháp giảm gradient (gradient descent) [14]. Do đó, để tìm  $u$  trong (14), tính toán như sau:

$$u^{(k+1)} = u^{(k)} - \tau(\nabla^T r^{(k+1)} + \eta(u^{(k+1)} - d^{(k)} + b^{(k)})).$$

Do vậy nhận được:

$$u^{(k+1)} = \frac{u^{(k)} + \tau \operatorname{div}(r^{(k+1)}) + \tau(d^{(k)} - b^{(k)})}{(1 + \tau\eta)} \quad (18)$$

Trong đó,  $\operatorname{div}(r) = -\nabla^T(r) = \nabla r_1 + \nabla r_2$ ,  $\tau$  là tham số dương.

Một cách tương tự, đối với bài toán con  $Q$  (15), tính toán như sau:

$$Q^{(k+1)} = Q^{(k)} - \tau(\mathfrak{S}^T s^{(k+1)} - r^{(k+1)}).$$

Do đó, chúng ta nhận được:

$$Q^{(k+1)} = Q^{(k)} + \tau \operatorname{div}_\mathfrak{S}(s^{(k+1)}) + \tau r^{(k+1)}, \quad (19)$$

Với,  $\operatorname{div}_\mathfrak{S}(s) = -\mathfrak{S}^T(s) = (\nabla_1 s_{11} + \nabla_2 s_{12}, \nabla_1 s_{21} + \nabla_2 s_{22})^T$ .

Để tìm  $d$  trong (11), rút ra phương trình sau:

$$\lambda d^{(k+1)} + \beta \left(1 - \frac{f}{d^{(k+1)}}\right) + \eta(d^{(k+1)} - u^{(k+1)} - b^{(k)}) = 0.$$

Vì  $d$  luôn phải dương, biến đổi phương trình trên thành dạng như sau:

$$(\lambda + \eta)(d^{(k+1)})^2 - (\eta u^{(k+1)} + \eta b^{(k)} - \beta)d^{(k+1)} - \beta f = 0 \quad (20)$$

Với cài đặt  $A = (\lambda + \eta)$ ,  $B = -(\eta u^{(k+1)} + \eta b^{(k)} - \beta)$ ,  $C = -\beta f = 0$ , dễ dàng thấy rằng  $B^2 - 4AC > 0$  và  $AC < 0$ . Do đó, có thể xác định rằng,  $d^{(k+1)}$  chính là nghiệm dương của phương trình bậc hai (20) ở trên:

$$d^{(k+1)} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}. \quad (21)$$

Các biến  $\tilde{u}$  và  $\tilde{Q}$  trong (16) và (17) được cập nhật như sau:

$$\tilde{u}^{(k+1)} = 2u^{(k+1)} - \tilde{u}^{(k)} \quad (22)$$

$$\tilde{Q}^{(k+1)} = 2Q^{(k+1)} - \tilde{Q}^{(k)} \quad (23)$$

Thuật toán được tổng kết lại như sau:

#### Thuật toán giải cho bài toán tối ưu (8)

- **Đầu vào:**  $f$ ,  $k = 0$ .
- **Khởi tạo:**  $u^{(0)}$ ,  $Q^{(0)}$ ,  $\tilde{u}^{(0)}$ ,  $\tilde{Q}^{(0)}$ ,  $r^{(0)}$ ,  $s^{(0)}$ ,  $b^{(0)}$ .
- **Lựa chọn giá trị tham số:**  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\sigma$ ,  $\tau$ ,  $\theta$ ,  $\eta$ .
- **While** ( $(\|u^{(k+1)} - u^{(k)}\|_2 / \|u^{(k)}\|_2 > \varepsilon) \mid (k \leq N_{\text{iter}})$ )
  1. Tính  $r^{(k+1)}$  theo (16)
  2. Tính  $s^{(k+1)}$  theo (17)
  3. Tính  $u^{(k+1)}$  theo (18)
  4. Tính  $Q^{(k+1)}$  theo (19)
  5. Tính  $d^{(k+1)}$  theo (21)
  6. Cập nhật  $\tilde{u}^{(k+1)}$  theo (22)
  7. Cập nhật  $\tilde{Q}^{(k+1)}$  theo (23)
  8. Cập nhật  $b^{(k+1)}$  theo (12)
  9.  $k = k + 1$
- **End While**
- **Đầu ra:**  $u = u^{(k+1)}$

#### 4. Các kết quả tính toán

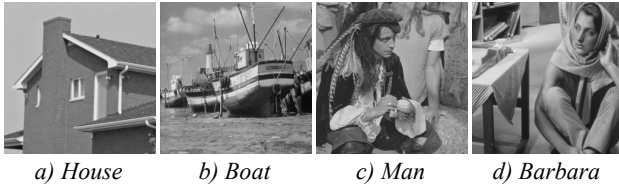
Trong phần này, trình bày một số mô phỏng số trên các hình ảnh thử nghiệm khác nhau để làm chứng cho hiệu của giải pháp đề xuất NTGV cho loại bỏ nhiễu Poisson. Các kết quả khử nhiễu của giải pháp đề xuất NTGV được so sánh với kết quả của các giải pháp dựa trên TV khác: TV, TBV, TGV. Các hình ảnh thử nghiệm là hình ảnh chuẩn màu xám 8-bit theo Hình 1. Tất cả thử nghiệm được thực hiện trên hệ điều hành Windows 10 và MATLAB R2015b chạy trên PC có bộ vi xử lý Intel CPU Core i5-6500U, 3,20 GHz và bộ nhớ RAM 8 GB.

Để đánh giá chất lượng hình ảnh khôi phục được, các kết quả thực nghiệm được đo bằng tỉ số tín hiệu cực đại trên nhiễu (peak signal-to-noise ratio, PSNR) và chỉ số tương tự về cấu trúc (Structural Similarity Index, SIMM) [15]:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{255^2 \cdot MN}{\|u^* - u\|_2^2} \right),$$

$$SSIM(u, u^*) = \frac{(2\mu_u \mu_{u^*} + c_1)(2\sigma_{u, u^*} + c_2)}{(\mu_u^2 + \mu_{u^*}^2 + c_1)(\sigma_u^2 + \sigma_{u^*}^2 + c_2)}$$

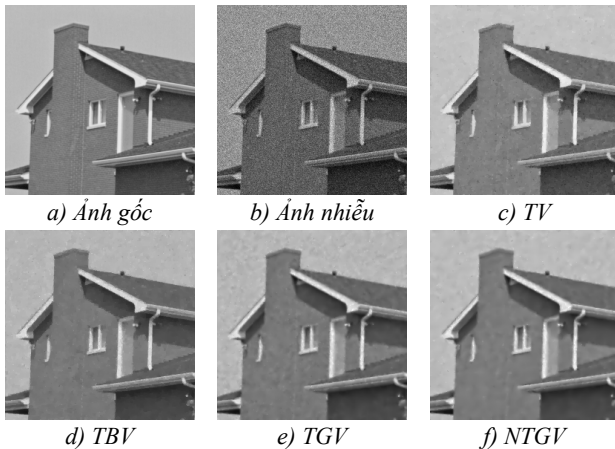
Trong đó,  $u, u^*$  là tương ứng là hình ảnh gốc, hình ảnh khôi phục hoặc ảnh nhiễu;  $\mu_u, \mu_{u^*}$  là các giá trị trung bình của  $u, u^*$ ;  $\sigma_u, \sigma_{u^*}$  các độ lệch chuẩn của;  $\sigma_{u, u^*}$  là hiệp phương sai giữa hiệp phương sai giữa  $u, u^*$ ;  $c_1, c_2$  là các tham số dương.



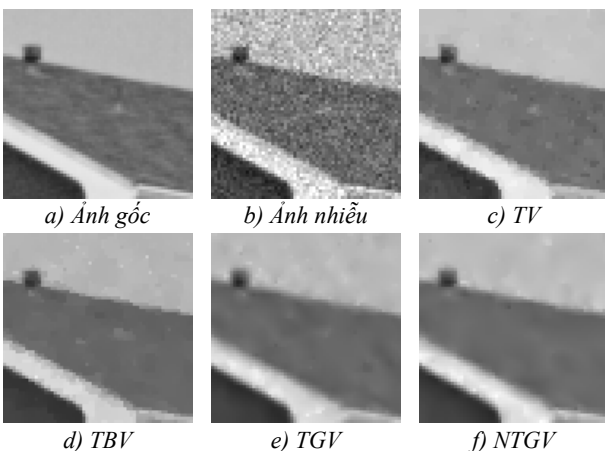
Hình 1. Các hình ảnh thử nghiệm

Trong các thử nghiệm, cài đặt  $\varepsilon = 0,0001$  và  $N_{iter} = 300$ . Các hình ảnh nhiễu được mô phỏng bằng cách sử dụng câu lệnh trong MATLAB  $poissrnd(u / peak) * peak$ , với giá trị  $peak = 2, 3, \dots$  đại diện cho các mức nhiễu khác nhau. Các phương pháp khử nhiễu được thực hiện với các thông số tối ưu của chúng.

Trong Hình 2, biểu diễn kết quả khử nhiễu của các phương pháp được so sánh cho hình ảnh “House” với mức nhiễu  $peak = 2$ .



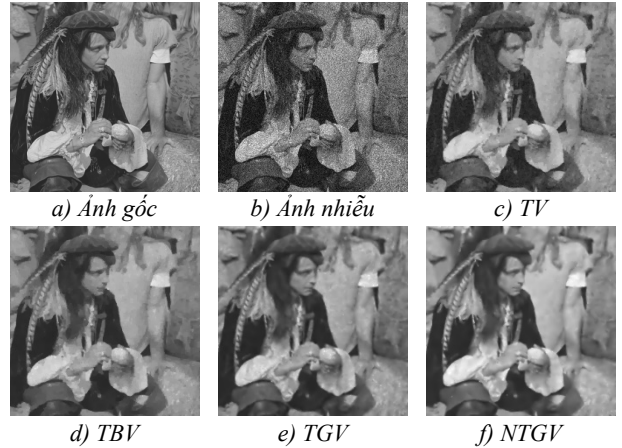
Hình 2. Hình ảnh ‘House’: Kết quả khử nhiễu của các phương pháp so sánh



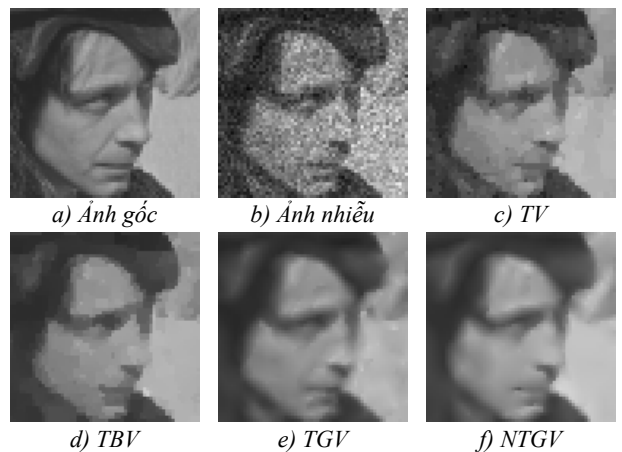
Hình 3. Các chi tiết phóng to của các hình ảnh được phục hồi trong Hình 2

Trong Hình 3, trình bày phóng to chi tiết nhỏ của các hình ảnh được khử nhiễu trong Hình 2.

Trong Hình 4, biểu diễn kết quả khử nhiễu của các phương pháp được so sánh cho hình ảnh “Man” với mức nhiễu  $peak = 3$ . Một cách tương tự, trong Hình 5, trình bày phóng to chi tiết nhỏ của hình ảnh được khử nhiễu trong Hình 4.



Hình 4. Hình ảnh ‘Man’: Kết quả khử nhiễu của các phương pháp so sánh



Hình 5. Các chi tiết phóng to của các hình ảnh được phục hồi trong Hình 4

Để so sánh một cách định lượng, các giá trị đo PSNR và SSIM được trình bày trong Bảng 1 và 2. Trong mỗi bảng, trình bày các giá trị PSNR và SSIM cho hình ảnh nhiễu và hình ảnh được phục hồi. Các kết quả được khôi phục tốt nhất được đánh dấu in đậm.

Bảng 1. Giá trị PSNR cho hình ảnh được phục hồi với các mức độ khác nhau

Hình ảnh	peak	Nhiều	TV	TBV	TGV	NTGV
House	2	19,2158	29,8598	30,7955	31,7724	<b>32,1360</b>
	3	18,4605	30,0346	30,6322	30,9527	<b>31,2483</b>
Boat	2	19,8158	28,7302	28,2002	28,8197	<b>29,4431</b>
	3	17,9216	26,8213	27,2563	27,8284	<b>28,2193</b>
Man	2	24,0671	27,7756	28,7164	29,1945	<b>29,7643</b>
	3	20,3235	27,0145	28,1829	28,4009	<b>28,8422</b>
Barbara	2	22,0503	26,7935	27,7635	27,8921	<b>28,3517</b>
	3	17,4398	25,5356	26,7595	27,1328	<b>27,6186</b>

**Bảng 2.** Giá trị SSIM cho hình ảnh được phục hồi với các mức độ khác nhau

Hình ảnh	peak	Nhiều	TV	TBV	TGV	NTGV
House	2	0,4690	0,8396	0,8253	0,8280	<b>0,8452</b>
	3	0,3977	0,8019	0,7973	0,8092	<b>0,8304</b>
Boat	2	0,6025	0,8259	0,8161	0,8191	<b>0,8303</b>
	3	0,5378	0,7930	0,7866	0,7877	<b>0,7975</b>
Man	2	0,6306	0,8220	0,8245	0,8195	<b>0,8340</b>
	3	0,5720	0,7902	0,7951	0,7954	<b>0,8030</b>
Barbara	2	0,6598	0,8084	0,7974	0,8027	<b>0,8122</b>
	3	0,5956	0,7683	0,7691	0,7805	<b>0,7890</b>

Từ các Hình 2-5, có thể thấy, hình ảnh được phục hồi bởi mô hình đề xuất của nhóm tác giả có chất lượng trực quan vượt trội hơn so với các phương pháp được so sánh.

Bên cạnh đó, dựa vào các so sánh có thể đo lường được báo cáo trong Bảng 1-2, phương pháp đề xuất của nhóm tác giả có được PSNR, SSIM cao hơn so với các phương pháp so sánh. Điều này thể hiện được sự hiệu quả của giải pháp đề xuất cho khử nhiễu hình ảnh với nhiễu Poisson.

## 5. Kết luận

Nhiều Poisson, là nhiễu phụ thuộc vào tín hiệu, thường xuất hiện trong các hệ thống thu nhận hình ảnh như chụp ảnh thiên văn, y tế,... Trong bài báo này, đã đề xuất mô hình khử nhiễu Poisson sử dụng biến phân tổng quát không lồi. Nhóm tác giả đã sử dụng phương pháp tách biến với sự kết hợp thuật toán lặp  $\ell_1$  để thực hiện tối ưu cho mô hình đề xuất. Các kết quả thử nghiệm đã cho thấy, hiệu quả vượt trội của phương pháp đề xuất cả về định tính và định lượng so với các phương pháp được so sánh.

**Lời cảm ơn:** Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển Khoa học và Công nghệ - Đại học Đà Nẵng trong đề tài có mã số B2019-DN03-46.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S. W. Hasinoff, "Photon, poisson noise", in book: *Computer vision*, Springer, 2014, pp. 608-610.
- [2] T. Le, R. Chartrand, and T. Asaki, "A variational approach to constructing images corrupted by Poisson noise", *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 27, pp. 257-263, 2007.
- [3] X. Liu and L. Huang, "Total bounded variation-based Poissonian images recovery by split Bregman iteration", *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, vol. 35, no. 5, pp. 520-529, 2012.
- [4] H. Li, J. Wang, and H. Dou, "Second-order TGV model for Poisson noise image restoration", *SpringerPlus*, vol. 5, pp. 1-12, 2016.
- [5] F. Knoll, K. Bredies, and T. Pock, "Stollberger R. Second order total generalized variation (TGV) for MRI", *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 65, no. 2, pp. 480-491, 2011.
- [6] H. Zhang, L. Tang, Z. Fang, C. Xiang, and C. Li, "Nonconvex and nonsmooth total generalized variation model for image restoration", *Signal Processing*, vol. 143, no. C, pp. 69-85, 2018.
- [7] H. Na, M. Kang, M. Jung, and M. Kang, "Nonconvex TGV regularization model for multiplicative noise removal with spatially varying parameters", *Inverse Problems and Imaging*, vol. 13, no. 1, pp. 117-147, 2019.
- [8] X. Liu and Y. Li, "Poisson Noise Removal Using Non-convex Total Generalized Variation". *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions A: Science*, vol. 45, pp. 2073-2084, 2021.
- [9] Y. Wang, J. Yang, W. Yin, and Y. Zhang, "A New alternating minimization algorithm for total variation image reconstruction", *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 1, no. 3, pp. 248-272, 2008.
- [10] T. Goldstein and S. Osher, "The split Bregman method for L1-regularized problems", *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 2, no. 2, pp. 89-97, 2009.
- [11] M. Myllykoski, R. Glowinski, T. Karkkainen, and T. Rossi, "A new augmented Lagrangian approach for mean curvature image denoising", *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 8, no. 1, pp. 95-125, 2015.
- [12] E. J. Candes, M. B. Wakin, and S. P. Boyd, "Enhancing sparsity by reweighted  $\ell_1$  minimization", *Journal of Fourier Analysis and Applications*, vol. 14, pp. 877-905, 2008.
- [13] A. Chambolle and T. Pock, "A first-order primal-dual algorithm for convex problems with applications to imaging", *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 40, pp. 120-145, 2011.
- [14] E. K. P. Chong and S. H. Zak, *An Introduction to Optimization (Fourth ed.)*, Hoboken: Wiley, 2013.
- [15] A. C. Bovik and Z. Wang, *Modern Image Quality Assessment, Synthesis Lectures on Image, Video, and Multimedia Processing*, Morgan and Claypool Publishers, 2006.