

XÂY DỰNG ĐƯỜNG BAO KHẢ NĂNG CHỊU LỰC CHO CỘT BÊ TÔNG CỐT THÉP CÓ TIẾT DIỆN CHỮ NHẬT

BUILDING STRENGTH ENVELOPE CURVE FOR RECTANGULAR REINFORCED CONCRETE COLUMNS

Phạm Phú Anh Huy*

Trường Đại học Duy Tân, Đà Nẵng, Việt Nam¹

*Tác giả liên hệ / Corresponding author: phampanhhuy@duytan.edu.vn

(Nhận bài / Received: 12/5/2023; Sửa bài / Revised: 20/6/2023; Chấp nhận đăng / Accepted: 04/7/2023)

Tóm tắt - Cột bê tông cốt thép (BTCT) là bộ phận chịu lực chính trong kết cấu công trình. Vì vậy, xác định khả năng chịu lực của cột là khâu quan trọng trong thiết kế kết cấu mới và tính toán gia cường kết cấu đã có. Việc xét đến ảnh hưởng của cả ba loại nội lực gồm mô men (M), lực cắt (V), và lực dọc (N) trong cột là khá phức tạp, do vậy bài báo đề xuất một phương pháp giải tích kết hợp giữa “Lý thuyết thống nhất” do Hsu và Mo đề xuất, với kết quả thí nghiệm của một số tác giả trên thế giới để xây dựng đường bao khả năng chịu lực (hay còn gọi là phương trình tương tác giữa M, V, và N) cho cột BTCT có tiết diện chữ nhật. Phương trình đề xuất được kiểm chứng thông qua một số kết quả thí nghiệm với kết quả khá tin cậy (sai số trung bình 1,01; hệ số biến động 0,16), và là công cụ hữu ích giúp cán bộ thiết kế có thể dự báo hoặc kiểm tra khả năng chịu lực của cột.

Từ khóa - Biểu đồ tương tác; biểu đồ bao; khả năng chịu lực; cột bê tông cốt thép; nội lực; tương tác M-V-N.

1. Giới thiệu chung

Cột bê tông cốt thép (BTCT) là kết cấu chịu lực chính trong các tòa nhà, cầu, và các công trình bằng BTCT khác. Chính vì vậy, việc dự đoán chính xác khả năng chịu lực của cột BTCT là quan trọng trong các khâu như thiết kế kết cấu mới, đánh giá khả năng chịu lực của kết cấu, hoặc tính toán gia cố cho kết cấu sau khi bị hư hỏng. Tuy nhiên, cột BTCT là kết cấu chịu lực phức tạp, dưới tác dụng của tổ hợp các loại tải trọng khác nhau làm trong cột xuất hiện các loại nội lực như mô men (M), lực cắt (V), và lực nén dọc trục (N). Do tính chất phức tạp khi xét đến đồng thời tác dụng của M, V, và N, các tiêu chuẩn và các nhà nghiên cứu chủ yếu tập trung đề xuất xây dựng biểu đồ tương tác giữa N và M, hoặc N và V, hoặc M và V. Điển hình như: Rahal [1] đã phát triển một phương pháp đơn giản có thể tính toán cho các dầm chịu cắt bằng cách lưu ý ảnh hưởng của M và N đến khả năng chịu cắt V. Tuy vậy, ảnh hưởng của V và N đến khả năng chịu mô men M (tức là tương tác giữa ba loại lực này) đã bị bỏ qua. Nguyễn Đình Cống [2] dựa trên các điều kiện cân bằng về lực trong cột đã giới thiệu phương pháp xây dựng biểu đồ tương tác giữa M và N. Nguyễn Thị Ngọc Loan [3] đã đề xuất phương pháp xác định khả năng chịu lực của cột chịu nén lệch tâm xiên sử dụng phương trình tải trọng nghịch đảo và phương trình đường viền tải trọng, kết hợp với các họ biểu đồ tương tác được xây dựng theo tiêu chuẩn Việt Nam. Tương tự, tiêu chuẩn Việt Nam TCVN5574:2018 cũng đã chỉ dẫn xây dựng biểu đồ và họ biểu đồ tương tác giữa M và N [4]. Bên cạnh đó, quan hệ

Abstract - Reinforced concrete (RC) columns are the primary load-bearing components in structures. Therefore, determining the load-bearing capacity of columns is crucial in designing new structures and calculating the retrofit of existing structures. However, considering the effects of all three internal forces, including moment (M), shear force (V), and axial compression force (N) in the column, is quite complex. Therefore, the article proposes an analytical method that combines the “Unified theory” proposed by Hsu and Mo with the experimental results of some authors worldwide to develop a strength envelope curve (an interaction equation between M, V, and N) for rectangular RC columns. The proposed equation is verified through several experiments with reliable results (the average error is 1.01; the coefficient of variation is 0.16). It is a useful tool for the design engineers to predict or check the load-bearing capacity of columns.

Key words - Interaction diagram; strength envelope; strength ability; RC column; internal forces; M-V-N interaction.

tương tác giữa M-V-N cũng đã được giới thiệu bởi một số nhà nghiên cứu trên thế giới. Điển hình như, Vecchio và Collins [5] đã đề xuất mô hình mặt cắt để phân tích ứng xử của mặt cắt cấu kiện BTCT và BTCT ứng suất trước dưới tác dụng của M-V-N, Vecchio và Collins cũng đã đề xuất một phương trình tương tác giữa M-V-N cho kết quả khá phù hợp với thực nghiệm. Tương tự, Recupero và cộng sự [6] đã phát triển một mô hình xấp xỉ vật lý để đánh giá tương tác giữa mô men, lực cắt, và lực dọc kéo/nén cho cấu kiện BTCT có tiết diện hộp và I. Tiếp theo đó, Mostafaei và Vecchio [7] đã đề xuất một cách tiếp cận cho sự tương tác giữa M, V, và N. Sau đó, Guner và Vecchio [8] đã phát triển một quy trình phân tích dựa trên phần mềm Vector5 để phân tích phi tuyến kết cấu khung BTCT. Mô hình này có thể biểu diễn liên hệ giữa V và tương tác của M-N.

Bên cạnh đó, một số phương trình tương tác M-V-N được đơn giản hóa cũng đã được một số tác giả trên thế giới đề xuất. Điển hình như, Fill và Halvonik [9]; Fanti và Mancini [10] đã đề xuất các công thức thiết kế dựa trên mô hình phân tích, kinh nghiệm và bán kinh nghiệm, có tính đến tác động tương tác M-V-N, tuy nhiên, kết quả so sánh cho thấy, các mô hình này không thể dự báo chính xác dữ liệu thử nghiệm. Huang và cộng sự [11] đã đề xuất một công thức đơn giản cho các cấu kiện BTCT trực tiếp tính đến tương tác giữa uốn, cắt, xoắn và lực dọc nén. Tuy nhiên, các công thức này không thể định rõ hoặc trực tiếp đánh giá toàn bộ tương tác và một số không thể dự báo chính xác dữ liệu thực nghiệm.

¹ Duy Tan University, Danang, Vietnam (Phu-Anh-Huy Pham)

Các mô hình tương tác giữa M-V-N đã phát triển cho đến nay khá phức tạp, chỉ phù hợp với việc sử dụng các thuật toán lập trình bằng máy tính. Hơn thế nữa, các phương trình đơn giản đã đề xuất liên quan đến nhiều hệ số thực nghiệm và cho kết quả không hoàn toàn chính xác. Vì vậy, việc đề xuất một công cụ đơn giản và chính xác là cần thiết để giúp cho cán bộ thiết kế có công cụ để tính toán và kiểm tra nhanh chóng khả năng chịu lực của cột BTCT. Tác giả đã dựa trên "Lý thuyết thống nhất" do Hsu và Mo [12] kết hợp với kết quả thí nghiệm cột chữ nhật BTCT của một số nhà nghiên cứu như Sezen và cộng sự [13], Lynn và cộng sự [14], Barrera và cộng sự [15], đề xuất một phương trình tương tác đơn giản giữa M, V và N. Phương trình này dựa trên các tỷ số không thứ nguyên, do vậy dễ áp dụng để dự báo hoặc kiểm tra khả năng chịu lực của cột BTCT có tiết diện chữ nhật chịu nén lệch tâm phẳng.

2. Lý thuyết tính toán

Đường bao khả năng chịu lực (strength envelope curve) là một đường cong thể hiện khả năng chịu lực lớn nhất có thể có của cột, cụ thể là mômen (M), lực cắt (V), và lực nén/kéo dọc trục (N/P), hay còn có thể gọi là đường cong tương tác giữa M-V-N/P. Hsu và Mo [12] đã đề xuất "Lý thuyết thống nhất" (Unified theory of concrete structures) để đánh giá quan hệ M-V-N/P. Theo lý thuyết này, hai trạng thái phá hoại cho cấu kiện dầm hoặc cột BTCT đã được đề xuất, gọi là trạng thái phá hoại 1 và 2. Trạng thái phá hoại 1 xảy ra khi cốt thép dọc lớp dưới và cốt đai bị chảy dẻo. Lực trong lớp cốt thép dọc ở lớp dưới (N_{bl}) và lực đơn vị trong cốt đai (n_t) được tính toán như trong phương trình (1) và (2).

$$N_{bl} = \frac{M}{d_v} + \frac{V}{2} \tan \alpha_r \quad (1)$$

$$n_t = \frac{V}{d_v} \cot \alpha_r \quad (2)$$

Trong đó, α_r là góc giữa phương vết nứt nghiêng so với phương ngang (xem Hình 1); d là chiều dài của phần tử vuông chịu cắt được tách ra để nghiên cứu.

Thế α_r vào phương trình (1) và (2) ta được:

$$-\frac{M}{N_{bl}d_v} + \frac{V^2}{d_v^2 \frac{2N_{bl}}{d_v} n_t} = 1 \quad (3)$$

Giả sử sự chảy dẻo xảy ra trong cốt thép dọc bên dưới và cốt đai, điều đó có nghĩa là $N_{bl} = N_{bly}$ và $n_t = n_{ty}$. Vì vậy, trạng thái uốn thuần túy (M_0) và cắt thuần túy (V_0) được xác định bởi:

$$M_0 = N_{bly}d_v; V_0 = d_v \sqrt{\frac{2N_{tly}}{d_v} n_{tly}} \quad (4)$$

với N_{bly}, N_{tly} là lực trong dải cốt thép trên và dưới ở trạng thái chảy dẻo. Đặt $R = N_{tly}/N_{bly}$, phương trình (3) có thể viết lại thành phương trình (5) biểu diễn cho trạng thái phá hoại thứ nhất.

$$\frac{M}{M_0} + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 R = 1 \quad (5)$$

Trạng thái phá hoại thứ 2 xảy ra khi dải cốt thép trên và

cốt đai bị chảy dẻo, tương tự ta có:

$$N_{tl} = -\frac{M}{d_v} + \frac{V}{2} \tan \alpha_r \quad (6)$$

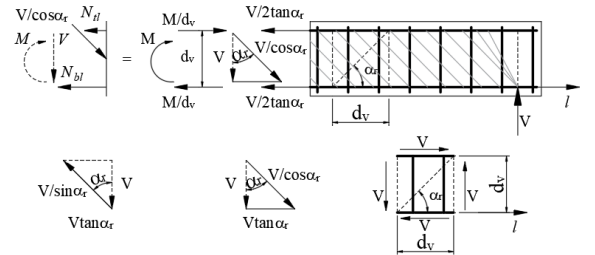
$$n_t = \frac{V}{d_v} \cot \alpha_r \quad (7)$$

Thay α_r vào phương trình (5) và (6) ta có:

$$-\frac{M}{N_{tl}d_v} + \frac{V^2}{d_v^2 \frac{2N_{tl}}{d_v} n_t} = 1 \quad (8)$$

Tương tự trạng thái phá hoại 1, thay M_0, V_0 và R vào phương trình (8) ta có phương trình (9) diễn tả trạng thái phá hoại thứ 2.

$$-\frac{M}{M_0} \frac{1}{R} + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1 \quad (9)$$



Hình 1. Mô hình dầm, cân bằng tương tác giữa mô men (M) và lực cắt (V) theo Hsu và Mo [12]

Quan hệ giữa mômen (M) và lực nén dọc trục (N)

Theo Hsu và Mo [12], quan hệ giữa M và N được thể hiện ở Hình 2. Có thể thấy, khi tăng độ lệch tâm (e) thì ứng xử của tiết diện cột sẽ thay đổi như sau, nếu $e = M/N = 0$ thì cột sẽ bị phá hoại do lực dọc; nếu $e < e_b = M_b/N_b$, cột sẽ phá hoại từ vùng nén; nếu $e = e_b$, cột sẽ phá hoại theo trường hợp cân bằng; nếu $e > e_b$, cột sẽ bị phá hoại từ vùng kéo; Nếu $e = \infty$, cột sẽ phá hoại như trạng thái uốn thuần túy. Biểu đồ tương tác giữa mômen (M) và lực dọc (N) được thể hiện trong Hình 2, biểu đồ này có những đặc điểm như sau:

- Các điểm nằm trên đường bao diễn tả một cặp nội lực M và N giới hạn, ví dụ điểm A trên Hình vẽ 2 thể hiện cặp nội lực giới hạn (M_n, N_n). Tất cả các điểm nằm trong phần diện tích được giới hạn bởi hai trục tọa độ và đường bao là những điểm an toàn, ngược lại các điểm nằm ngoài phần diện tích này là các điểm nguy hiểm.

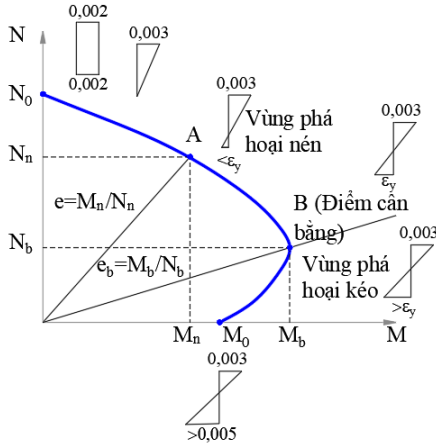
- Đoạn thẳng nối gốc tọa độ O và điểm bất kỳ trên đường bao sẽ thể hiện độ lệch tâm, ví dụ như đoạn thẳng OA thể hiện độ lệch tâm $e = M_n/N_n$. Điều này có thể thấy nếu đoạn thẳng này thẳng đứng thì độ lệch tâm sẽ bằng 0, nếu đoạn thẳng này nằm ngang độ lệch tâm sẽ là ∞ .

- Trong vùng kiểm soát nén, mômen M_n sẽ giảm nếu tăng lực dọc N_n . Ngược lại, mômen M_n sẽ tăng nếu tăng lực dọc N_n trong vùng kiểm soát kéo. Điều này có thể giải thích như sau: Trong vùng kiểm soát phá hoại nén, sự phá hoại của cột là do sự tăng biến dạng nén vượt quá biến dạng cực hạn của bê tông $\epsilon_{cu} = 0,003$. Bởi vì lực nén trong cột sẽ làm tăng biến dạng nén và giảm khả năng của bê tông chống lại biến dạng nén do uốn, dẫn đến khả năng chịu mômen giảm. Trái lại, trong vùng kiểm soát kéo, sự phá

hoại của cột xảy ra do sự chẩy dẻo của cốt thép dọc. Vì lực nén trong cột sẽ làm giảm biến dạng kéo trong cốt thép dọc, nó sẽ tăng khả năng chịu kéo do uốn của cốt thép dọc, và điều này dẫn đến tăng khả năng chịu mômen cho cột.

- Điểm cân bằng B (xem Hình 2) liên quan đến độ lệch tâm cân bằng (ϵ_b) và hàm lượng cốt dọc cân bằng (ρ_b). Tại điểm B, mômen sẽ đạt đến giá trị lớn nhất (M_{nb}).

- Biến dạng nén ở mép chịu nén ngoài cùng tiết diện cột được thể hiện ở Hình 2, tương ứng với từng giai đoạn phá hoại khác nhau.



Hình 2. Biểu đồ tương tác M-N theo Hsu và Mo [12]

Quan hệ giữa mômen (M), lực cắt (V), và lực kéo dọc trục (P)

Theo Hsu và Mo [12], lực trong cốt thép trên (N_{tl}) và cốt thép dưới (N_{bl}) trong trường hợp chịu tổ hợp giữa mômen (M), lực cắt (V), và lực kéo dọc trục (P) được thể hiện trong phương trình (10). Trong mô hình giàn, giả sử rằng chỉ có cốt thép dọc chịu lực kéo. Kết quả là, lực kéo dọc trục sẽ không phá huỷ sự cân bằng nội lực trong hiệu ứng giàn dưới tác dụng của mômen và lực cắt. Từ đó, Hsu và Mo [12] đã đề xuất quan hệ giữa M, V, và P theo 2 trạng thái phá hoại như phương trình (11) và (12). Tuy nhiên, Hsu và Mo [12] không đề cập cụ thể đến mối quan hệ giữa M, V, và lực nén dọc trục (N).

$$N_{bl} = \frac{P}{2} + \frac{M}{d_v} + \frac{V}{2} \tan \alpha_r \quad (10)$$

$$N_{tl} = \frac{P}{2} - \frac{M}{d_v} + \frac{V}{2} \tan \alpha_r$$

$$\frac{P}{P_0} + \frac{M}{M_0} + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 R = 1 \quad (11)$$

$$\frac{P}{P_0} \frac{1}{R} - \frac{M}{M_0} \frac{1}{R} + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1 \quad (12)$$

3. Đề xuất phương trình tương tác giữa M, V và N

Giả sử quan hệ giữa M và N là phương trình bậc 2, tương tác giữa M và N được thể hiện trong Hình 3 và phương trình (13).

$$M = aN^2 + bN + c \quad (13)$$

Thay tọa độ các điểm sau: điểm uốn thuần tuý (0, M_0), điểm nén thuần tuý (N_0 , 0), điểm cân bằng (N_b , M_b) vào phương trình (13) và biến đổi ta có:

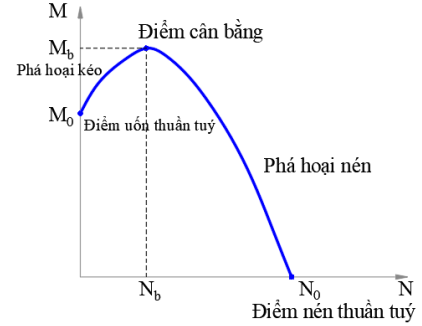
$$p\left(\frac{M}{M_0}\right) + q\left(\frac{N}{N_0} - h\right)^2 = 1 \quad (14)$$

Với m, n, p, q là các hằng số biến đổi được tính toán theo phương trình (15).

$$p = -\frac{4k}{(k-1)^2}; q = \frac{4k}{(k-1)^2}; h = \frac{k+1}{2k}$$

$$k = \frac{n+m-1}{n^2-n} \quad (15)$$

$$n = \frac{N_b}{N_0}; m = \frac{M_b}{M_0}$$



Hình 3. Biểu đồ tương tác M-N

Dựa trên phương trình của Hsu và Mo [12], Lu và cộng sự [16] đã đề xuất phương trình (16) thể hiện mối quan hệ giữa mômen và lực cắt (M-V) như sau:

$$\alpha_1 \frac{M}{M_0} + \alpha_2 \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1 \quad (16)$$

Hệ số α_1 và α_2 có thể được xác định bởi thực nghiệm. Tác giả đã dùng số liệu thí nghiệm của Lynn và cộng sự [14], và Sezen và cộng sự [13] để xác định α_1 và α_2 . Để đơn giản có thể chọn $\alpha_1 = 1$, α_2 có thể xác định từ điều kiện $V/V_0 = 1$ khi $M = 0$, đồng thời thỏa mãn điều kiện (16) cùng với kết quả của số liệu thí nghiệm. Kết quả tính toán α_1 và α_2 được thể hiện ở phương trình (17), với L là chiều dài cột.

$$\alpha_1 = 1; \alpha_2 = \frac{0,9}{5\lambda + 1}; \quad (17)$$

với $\lambda = M/VL$ cho cột dạng công-son;

$\lambda = 2M/VL$ cho cột có hai đầu liên kết cứng.

Lúc này phương trình tương tác giữa M và V được thể hiện ở phương trình (18):

$$\frac{M}{M_0} + \left(\frac{0,9}{5\lambda + 1} + 0,1\right) \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1 \quad (18)$$

Tương tác giữa M, N, và V được thể hiện qua phương trình (14) và (18). Kết hợp 2 phương trình này có thể viết lại:

$$A\left(\frac{0,9}{5\lambda + 1} + 0,1\right) \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + Bp\left(\frac{M}{M_0}\right) + Cq\left(\frac{N}{N_0} - h\right)^2 = 1 \quad (19)$$

Các hằng số A, B, và C phải thỏa các phương trình tương tác giữa M-V và M-N. Vì vậy, có thể nhận được kết quả tính toán là $A = p$ và $B = C = 1$. Lúc này phương trình (19) có thể viết lại thành phương trình (20) hoặc (21):

$$p\left(\frac{0,9}{5\lambda + 1} + 0,1\right) \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + p\left(\frac{M}{M_0}\right) + q\left(\frac{N}{N_0} - h\right)^2 = 1 \quad (20)$$

$$\frac{M}{M_0} = \frac{1}{p} \left[1 - p \left(\frac{0,9}{5\lambda + 1} + 0,1 \right) \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 - q \left(\frac{N}{N_0} - h \right)^2 \right] \quad (21)$$

Kiểm tra độ chính xác của phương trình đề xuất

Phương trình đường bao khả năng chịu lực (hay còn có thể gọi là phương trình tương tác giữa M-N-V) của tác giả đề xuất được kiểm chứng bởi số liệu thực nghiệm 30 cột BTCT có tiết diện chữ nhật của các tác giả như: Sezen và cộng sự [13], Lynn và cộng sự [14], Barrera và cộng sự [15]. Trong khi, Sezen và cộng sự [13] và Lynn và

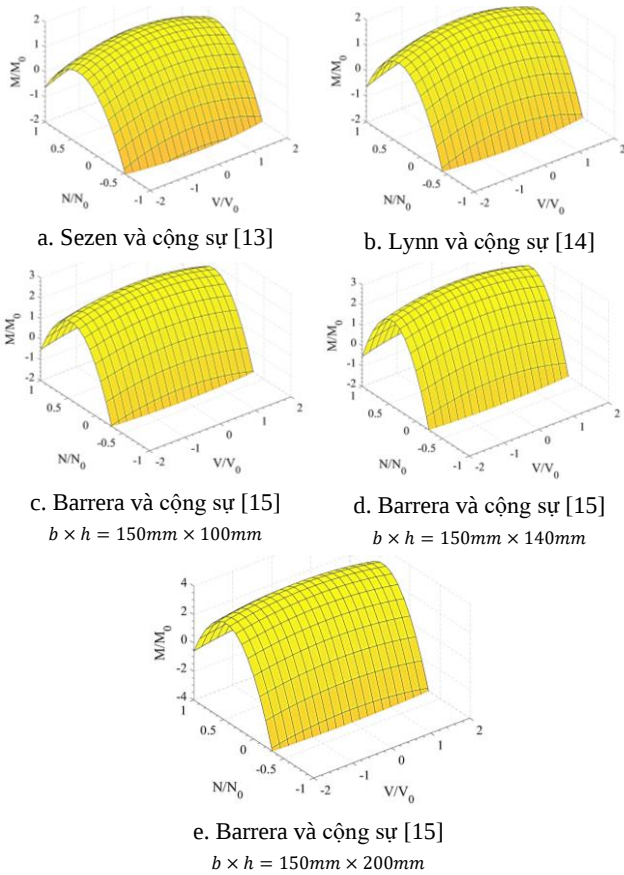
cộng sự [14] đã thực hiện thí nghiệm trên cột BTCT có tiết diện 457mm×457mm, chiều dài cột 2946mm, cột được thí nghiệm với tải trọng lặp đảo chiều trên mô hình độ cong kép (double curvature). Ngược lại, Barrera và cộng sự [15] thực hiện trên tiết diện 150mm×100mm, 150mm×140mm và 150mm×200mm, chiều dài cột 3300mm, cột được thí nghiệm với tải trọng một chiều trên mô hình độ cong đơn (single stub). Kết quả kiểm tra độ chính xác của phương trình tương tác đề xuất được thể hiện trong Bảng 1.

Bảng 1. Kiểm tra độ chính xác của phương trình đề xuất

STT	Tác giả, tên cấu kiện	L (mm)	b (mm)	h (mm)	$\frac{N_{exp}}{N_0}$	$\frac{V_{exp}}{V_0}$	$\frac{M_{exp}}{M_0}$	Kiểm tra PT (20)
1	Sezen và cs. [13], 2CLD12	2946	457	457	0,090	1,120	1,220	1,14
2	Sezen và cs. [13], 2CHD12	2946	457	457	0,370	0,880	1,390	1,03
3	Sezen và cs. [13], 2CVD12	2946	457	457	0,370	0,820	1,170	0,86
4	Sezen và cs. [13], 2CLD12M	2946	457	457	0,090	1,060	1,140	1,07
5	Lynn và cs. [14], 3CLH18	2946	457	457	0,050	1,220	1,020	1,04
6	Lynn và cs. [14], 3SLH18	2946	457	457	0,050	1,200	1,010	1,02
7	Lynn và cs. [14], 2CLH18	2946	457	457	0,050	1,200	0,910	0,97
8	Lynn và cs. [14], 2SLH18	2946	457	457	0,050	1,020	0,870	0,91
9	Lynn và cs. [14], 2CMH18	2946	457	457	0,160	1,110	1,190	0,95
10	Lynn và cs. [14], 3CMH18	2946	457	457	0,160	1,180	1,280	1,01
11	Lynn và cs. [14], 3CMH12	2946	457	457	0,160	1,090	1,340	1,03
12	Lynn cs. [14], 3SMD12	2946	457	457	0,160	1,200	1,430	1,10
13	Barrera và cs. [15], N30-10.5-C0-2-15	3300	150	140	0,221	0,354	1,769	0,81
14	Barrera và cs. [15], N30-10.5-C0-2-30	3300	150	140	0,462	0,307	2,229	0,82
15	Barrera và cs. [15], N30-10.5-C0-2-45	3300	150	140	0,632	0,304	2,178	0,92
16	Barrera và cs. [15], N30-15-C0-2-30	3300	150	100	0,648	0,596	1,766	1,05
17	Barrera và cs. [15], N30-15-C0-2-45	3300	150	100	0,648	0,596	1,766	1,05
18	Barrera và cs. [15], N30-10.5-C0-1-30	3300	150	140	0,307	0,280	2,939	1,14
19	Barrera và cs. [15], N30-10.5-C0-1-45	3300	150	140	0,710	0,275	2,881	1,29
20	Barrera và cs. [15], N30-10.5-C0-3-15	3300	150	140	0,245	0,406	1,573	0,71
21	Barrera và cs. [15], H60-10.5-C0-2-15	3300	150	140	0,220	0,365	2,473	1,07
22	Barrera và cs. [15], H60-10.5-C0-2-30	3300	150	140	0,409	0,307	2,827	1,05
23	Barrera và cs. [15], H60-10.5-C0-2-45	3300	150	140	0,606	0,339	3,599	1,41
24	Barrera và cs. [15], H60-7.5-C0-2-30	3300	150	200	0,406	0,725	2,499	0,75
25	Barrera và cs. [15], H60-7.5-C0-2-45	3300	150	200	0,561	0,803	2,861	0,89
26	Barrera và cs. [15], H60-15-C0-2-30	3300	150	100	0,648	0,596	1,766	1,05
27	Barrera và cs. [15], H60-15-C0-2-45	3300	150	100	0,648	0,596	1,766	1,05
28	Barrera và cs. [15], H60-10.5-C0-1-15	3300	150	140	0,216	0,284	3,251	1,36
29	Barrera và cs. [15], H60-10.5-C0-3-15	3300	150	140	0,236	0,406	2,007	0,88
30	Barrera và cs. [15], H60-10.5-C0-3-30	3300	150	140	0,441	0,303	2,433	0,90
							Means	1,01
							COV	0,16

Từ kết quả tính toán có thể thấy phương trình tương tác M-V-N đề xuất có độ chính xác khá tốt, với trung bình sai số 1,01 và hệ số biến động 0,16. Bên cạnh đó, Hình 4 được xây dựng từ phần mềm Matlab minh họa một cách trực quan hình dáng 3D của biểu đồ tương tác, đồng thời thể hiện được mối quan hệ giữa M-V-N thông qua các đại lượng không thứ nguyên như M/M_0 , V/V_0 , và N/N_0 .

Có thể thấy, phương trình đề xuất được kiểm chứng khá tin cậy với các số liệu thí nghiệm của cột BTCT có tiết diện chữ nhật, dạng liên kết công-xôn (có độ cong đơn - single curvature, single stub) hoặc 2 đầu liên kết cứng hoặc ngàm (cột có độ cong kép - double curvature), độ mảnh bé (độ mảnh $\lambda = l_0/i < 28$; l_0 là chiều dài tính toán của cột, i là bán kính quán tính) và trung bình ($28 \leq \lambda < 120$) [17].



Hình 4. Biểu đồ tương tác 3D giữa M-V-N

4. Ví dụ tính toán áp dụng đường bao khả năng chịu lực đề xuất

Để thể hiện khả năng áp dụng của đường bao khả năng chịu lực đề xuất, sử dụng ví dụ trong tài liệu tham khảo của Nguyễn Đình Công [17] để làm ví dụ áp dụng. Số liệu cụ thể như sau: cột BTCT có tiết diện $b \times h = 400\text{mm} \times 800\text{mm}$, khoảng cách từ mép bê tông vùng nén đến trọng tâm lớp thép thứ nhất là 40mm , bê tông có cường độ $R_{bt} = 14,5\text{MPa}$ (tương đương với $f'_c = 18,85\text{MPa}$ theo tiêu chuẩn ACI318-19 [18]). Cốt thép dọc dùng $16\phi 22$ (bố trí theo chu vi của cột thành 6 lớp như Hình vẽ 5 ($4\phi 22 + 2\phi 22 + 2\phi 22 + 2\phi 22 + 2\phi 22 + 4\phi 22$)), có $R_s = R_{sc} = 365\text{MPa}$ (tương đương với $f_y = 401,5\text{MPa}$ theo tiêu chuẩn ACI318-19 [18]). Giả sử cột có chiều dài $L = 3000\text{mm}$, cốt đai sử dụng $\phi 10$, có $R_s = R_{sc} = 280\text{MPa}$ (tương đương với $f_y = 308\text{MPa}$ theo tiêu chuẩn ACI318-19 [18]), khoảng cách cốt đai là 100mm . Để xây dựng biểu đồ tương tác M-V-N theo phương pháp đề xuất, đầu tiên cần phải xác định các giá trị M_0, V_0, N_0, M_b và N_b . Có thể xác định các giá trị này dựa trên phương pháp giải tích hoặc phương pháp phần tử hữu hạn. Để thuận tiện và nhanh chóng trong việc xây dựng biểu đồ tương tác M-V-N, tác giả đã sử dụng kết quả đã trình bày trong tài liệu [17] (được thể hiện trong Hình vẽ 5). Kết quả tính toán cụ thể như sau:

$$M_0 = 790\text{kNm}; N_0 = 6853\text{kN}; V_0 = 1863\text{kN}$$

$$M_b = 984\text{kNm}; N_b = 2006\text{kN};$$

Từ kết quả biểu đồ tương tác M-N thể hiện ở Hình 5,

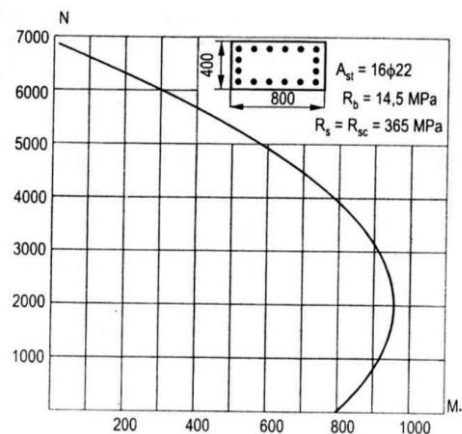
áp dụng phương trình (20) hoặc (21) để xây dựng biểu đồ tương tác 3D thể hiện mối quan hệ giữa M, V, và N thông qua phần mềm Matlab. Kết quả được thể hiện trong Hình 6.

Ngoài ra, có thể dùng phương trình (20) hoặc biểu đồ tương tác 3D giữa M-V-N để kiểm tra khả năng chịu lực của cột. Ví dụ cần kiểm tra khả năng chịu lực của cột tại điểm 1 có $M_1 = 450\text{kNm}; N_1 = 800\text{kN}; V_1 = 300\text{kN}$, và điểm 2 có $M_2 = -75\text{kNm}; N_2 = 1200\text{kN}; V_2 = -50\text{kN}$ (dấu âm thể hiện nội lực ngược chiều với chiều dương quy ước). Tại điểm 1 có $X = \frac{N}{N_0} = 1,06$; $Y = \frac{V}{V_0} = 0,11$; $Z = \frac{M}{M_0} = 1,18$, tại điểm 2 có $X = \frac{N}{N_0} = -0,18$; $Y = \frac{V}{V_0} = 0,17$; $Z = \frac{M}{M_0} = -0,2$. Kết quả tính cho vế trái của phương trình (20) được thể hiện ở Bảng 2. Có thể thấy, vế trái của phương trình (20) ở điểm 1 lớn hơn 1, nên điểm 1 nằm ngoài phạm vi an toàn. Ngược lại, vế trái của phương trình (20) tại điểm 2 cho kết quả nhỏ hơn 1, nên điểm 2 trong phạm vi an toàn. Tương tự, có thể dùng biểu đồ tương tác 3D như Hình 7 để kiểm tra khả năng chịu lực của cột. Từ Hình 7 cho thấy, điểm 1 nằm ngoài phạm vi biểu đồ cho kết quả không an toàn, ngược lại điểm 2 nằm trong phạm vi biểu đồ, chứng tỏ an toàn.

Hơn thế nữa, có thể dùng phương trình tương tác đề xuất để đánh giá sự ảnh hưởng của lực cắt (V) đến tương tác giữa M-N. Từ phương trình (20) hoặc (21) kết hợp với biểu đồ tương tác 3D thể hiện ở Hình 7, có thể thấy, sự ảnh hưởng của V/V_0 đến M/M_0 và N/N_0 . Nếu bỏ qua lực cắt ($V/V_0 = 0$) lúc này giá trị của M và N là lớn nhất (thể hiện qua phương trình $p(M/M_0) + q(N/N_0 - h)^2 = 1$). Ngược lại, nếu tăng lực cắt (tăng V/V_0) thì giá trị M và N sẽ giảm (thể hiện qua phương trình $+p(M/M_0) + q(N/N_0 - h)^2 = 1 - p(0,9/(5\lambda + 1) + 0,1)(V/V_0)^2$). Tuy nhiên, đường cong quan hệ giữa M-N vẫn không thay đổi về hình dạng.

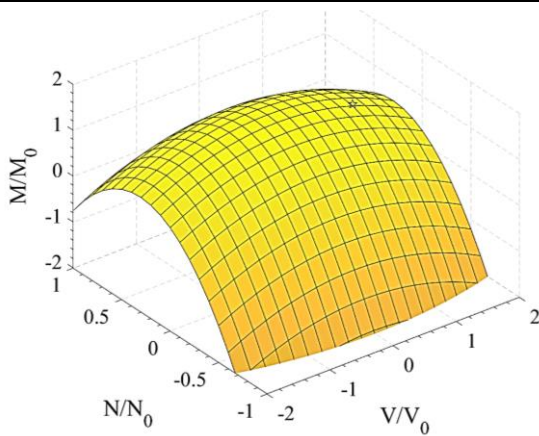
Bảng 2. Kiểm tra kết quả ví dụ bằng phương trình (20)

STT	$\frac{N}{N_0}$	$\frac{V}{V_0}$	$\frac{M}{M_0}$	Kết quả vế trái của phương trình (20)
1	1,06	0,11	1,18	2,13
2	-0,18	0,17	-0,20	0,34

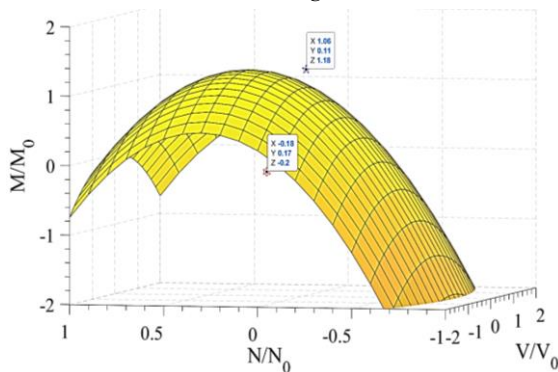


Ghi chú: N và M có đơn vị lần lượt là kN và kNm

Hình 5. Biểu đồ tương tác M-N [17]



Hình 6. Biểu đồ tương tác 3D M-V-N



Hình 7. Kiểm tra khả năng chịu lực bằng biểu đồ tương tác

5. Kết luận

Dựa trên “Lý thuyết thống nhất” được đề xuất bởi Hsu và Mo [12] và kết quả thí nghiệm của các nhà nghiên cứu như: Sezen và cộng sự [13], Lynn và cộng sự [14], Barrera và cộng sự [15], tác giả đã đề xuất một phương trình đường bao khả năng chịu lực (phương trình tương tác giữa M, V và N). Phương trình đề xuất khá đơn giản, dễ sử dụng, đồng thời độ chính xác được kiểm chứng bởi số liệu thí nghiệm 30 cột BTCT có tiết diện chữ nhật với sai số trung bình là 1,01 và hệ số biến động là 0,16. Phương trình tương tác đề xuất có thể áp dụng để dự báo hoặc kiểm tra khả năng chịu lực cho cột BTCT có tiết diện chữ nhật.

Hạn chế của phương trình tương tác đề xuất là chỉ áp dụng được cho cột BTCT có tiết diện chữ nhật, có liên kết công-xôn, liên kết cứng hoặc ngàm hai đầu, với độ mảnh trung bình và bé, và chịu nén lệch tâm phẳng. Cột BTCT có điều kiện khác những điều kiện này thì cần có nghiên cứu thêm để đề xuất phương trình phù hợp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] K. N. Rahal, “Shear Strength of Reinforced Concrete: Part II-Beams Subjected to Shear, Bending Moment, and Axial Load”, *Structural Journal*, vol. 97, no. 2, pp. 219–224, 2000.
- [2] N. D. Cong, *Calculate the cross-section of reinforced concrete columns*. Hanoi Construction Publishing House, 2006.
- [3] N. T. N. Loan, “Calculate oblique eccentric compression column using approximate method, combined with interactive chart according to TCVN 5574:2012”, *Journal of Science and Technology in Civil Engineering*, vol. 3, pp. 62–67, 2016.
- [4] N. V. Phuong, S. Vongchith, and N. T. Thang, “Determination of load bearing capacity of reinforced concrete columns using materials’ non-linear models of TCVN 5574:2018”, *Journal of Science and Technology in Civil Engineering*, vol. 14, no. 3V, pp. 93–107, 2020, doi: 10.31814/stce.nuce2020-14(3V)-09.
- [5] F. J. Vecchio and M. P. Collins, “Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using the Modified Compression Field Theory”, *ACI Struct J*, vol. 85, no. 3, 1988, doi: 10.14359/2515.
- [6] A. Recupero, A. D’Aveni, and A. Gherzi, “N-M-V Interaction Domains for Box and I-Shaped Reinforced Concrete Members”, *ACI Struct J*, vol. 100, no. 1, 2003, doi: 10.14359/12445.
- [7] H. Mostafaei and F. J. Vecchio, “Uniaxial Shear-Flexure Model for Reinforced Concrete Elements”, *Journal of Structural Engineering*, vol. 134, no. 9, 2008, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:9(1538).
- [8] S. Guner and F. Vecchio, J., “Pushover Analysis of Shear-Critical Frames: Formulation”, *Structural Journal*, vol. 107, no. 1, pp. 62–67, 2010.
- [9] L. Fillo, J. Halvonik, and V. Benko, “Ultimate limit state design of reinforced concrete members subjected to bending, axial load and shear”, *CEB Comité Euro international du Béton, Bulletin*, no. 223, pp. 87–106, 1995.
- [10] G. Fanti and G. Mancini, “Shear, normal force, bending moment interaction in bridge piers”, in *Proc., 1st Japan-Italy Workshop on Seismic Design and Retrofit of Bridges*, 1995, pp. 617–628.
- [11] L. Huang, Y. Lu, and C. Shi, “Unified Calculation Method for Symmetrically Reinforced Concrete Section Subjected to Combined Loading.”, *ACI Struct J*, vol. 110, no. 1, 2013. DOI: 10.14359/51684336, Corpus ID: 135799434.
- [12] T. T. C. Hsu and Y. L. Mo, *Unified Theory of Concrete Structures*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2010. doi: 10.1002/9780470688892.
- [13] H. Sezen and J. P. Moehle, “Seismic Behavior of Shear-Critical Reinforced Concrete Building Columns”, in *Seventh U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, Boston, Massachusetts: Earthquake Engineering Research Institute, 2002.
- [14] A. C. Lynn, J. P. Moehle, S. A. Mahin, and W. T. Holmes, “Seismic Evaluation of Existing Reinforced Concrete Building Columns”, *Earthquake Spectra*, vol. 12, no. 4, pp. 715–739, 1996, doi: 10.1193/1.1585907.
- [15] A. C. Barrera, J. L. Bonet, M. L. Romero, and P. F. Miguel, “Experimental tests of slender reinforced concrete columns under combined axial load and lateral force”, *Eng Struct*, vol. 33, no. 12, pp. 3676–3689, 2011, doi: 10.1016/j.engstruct.2011.08.003.
- [16] Y. Lu, L. Huang, Z. Xu, and P. Yin, “Strength envelope of symmetrically reinforced concrete members under bending–shear–axial loads”, *Magazine of Concrete Research*, vol. 67, no. 16, pp. 885–896, 2015, doi: 10.1680/mac.14.00350.
- [17] N. D. Cong, *Practical calculation of reinforced concrete structures according to TCXDVN 356-2005-Volume 2 standards*. Construction Publishing House, 2009.
- [18] American Concrete Institute, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318–19)*. Farmington Hills, MI: ACI, 2019.